

COMSOL Multiphysics®

Ecole d'été Istres

15 et 16 Juillet 2019



Guillaume HUIN

Application

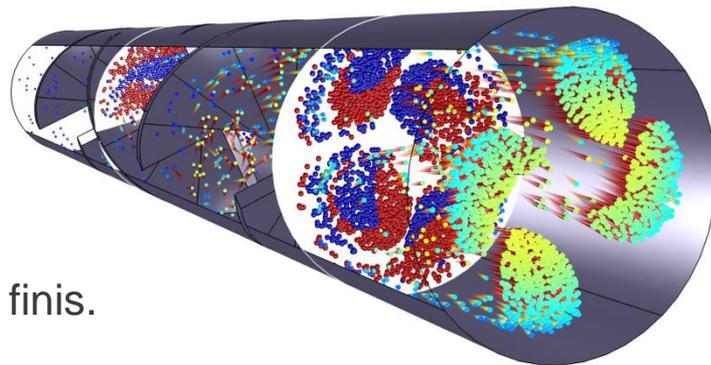
COMSOL France

guillaume.huin@comsol.fr

04 76 46 49 01

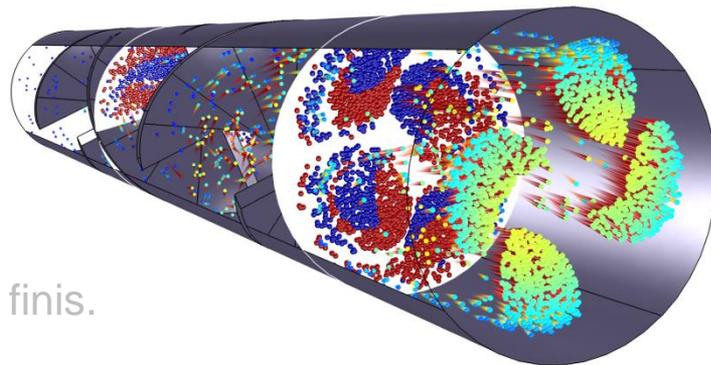
Programme

- Introduction à COMSOL Multiphysics®
- Illustration intuitive sur la méthode des éléments finis.
 - Principes, discrétisation, minimisation du résidu
 - Exercice d'application
- Un exemple multiphysique : un actionneur MEMS
- Un exemple de matériau non-linéaire : l'autofocalisation avec l'effet *Kerr* optique.



Programme

- Introduction à COMSOL Multiphysics®
- Illustration intuitive sur la méthode des éléments finis.
 - Principes, discrétisation, minimisation du résidu
 - Exercice d'application
- Un exemple multiphysique : un actionneur MEMs
- Un exemple de matériau non-linéaire : l'autofocalisation avec l'effet *Kerr* optique.



The COMSOL® Software Product Suite

COMSOL MULTIPHYSICS®

The platform product. Understand, predict, and optimize physics-based designs and processes with numerical simulation.

DEPLOYMENT PRODUCTS

- COMSOL Compiler™
- COMSOL Server™

Distribute simulation applications created with COMSOL Multiphysics.

ADD-ON PRODUCTS

ELECTROMAGNETICS

- AC/DC Module
- RF Module
- Wave Optics Module
- Ray Optics Module
- Plasma Module
- Semiconductor Module

FLUID & HEAT

- CFD Module
 - Mixer Module
- Subsurface Flow Module
- Pipe Flow Module
- Microfluidics Module
- Molecular Flow Module
- Heat Transfer Module

STRUCTURAL & ACOUSTICS

- Structural Mechanics Module
 - Nonlinear Structural Materials Module
 - Composite Materials Module
 - Geomechanics Module
 - Fatigue Module
 - Multibody Dynamics Module
 - Rotordynamics Module
- MEMS Module
- Acoustics Module

CHEMICAL

- Chemical Reaction Engineering Module
- Batteries & Fuel Cells Module
- Electrodeposition Module
- Corrosion Module
- Electrochemistry Module

MULTIPURPOSE

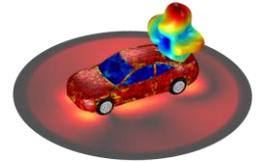
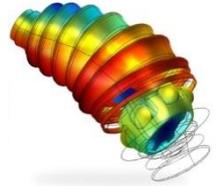
- Optimization Module
- Material Library
- Particle Tracing Module

INTERFACING

- LiveLink™ for MATLAB®
- LiveLink™ for Excel®
- CAD Import Module
- Design Module
- ECAD Import Module
- LiveLink™ for SOLIDWORKS®
- LiveLink™ for Inventor®
- LiveLink™ for AutoCAD®
- LiveLink™ for Revit®
- LiveLink™ for PTC® Creo® Parametric™
- LiveLink™ for PTC® Pro/ENGINEER®
- LiveLink™ for Solid Edge®
- File Import for CATIA® V5

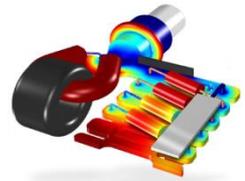
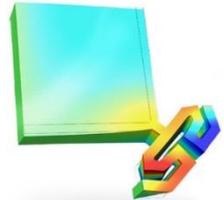
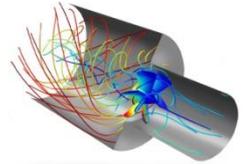
Une plate-forme pour le calcul d'une ou plusieurs physiques

- Multiphysique – Phénomènes couplés
 - Deux phénomènes ou plus interagissent sans limitations sur :
 - La nature des combinaisons
 - Le nombre des combinaisons
- Une physique
 - Un environnement intégré pour différentes thématiques et applications
 - Un jour on travaille sur des calculs de transfert de chaleur, le lendemain sur de la mécanique, puis sur de la dynamique des fluides etc...
 - La démarche reste la même
 - On peut activer/désactiver les physiques, les solveurs, les réglages du maillage etc....
- Permet la construction d'un système pluridisciplinaire avec un environnement de simulation commun.



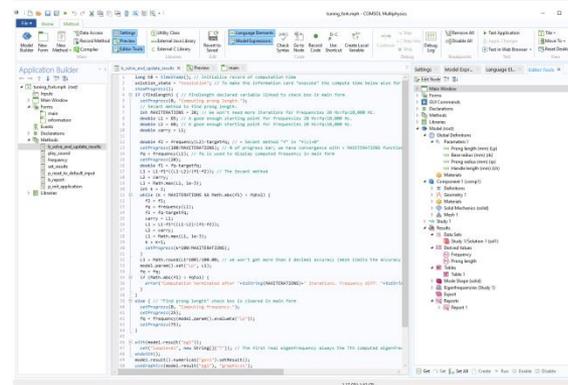
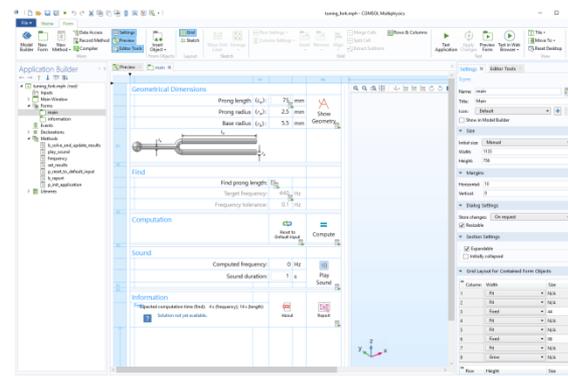
Personnalisable et adaptable

- Construire son propre couplage multiphysique
- Adapter les propriétés matériaux et les conditions aux limites
 - Entrer ses expressions mathématiques, combiner avec des tables de données ou des fonctions
- Interface pour définir ses propres équations algébriques et différentielles
 - Modélisation à partir d'équation à la volée
- Etude paramétrique pour les propriétés matériaux, les conditions aux limites, la géométrie...
- Calcul hautes performances (HPC)
 - Multicoeur & Multiprocesseur : inclus quel que soit la licence
 - Clusters & Cloud : licence flottante



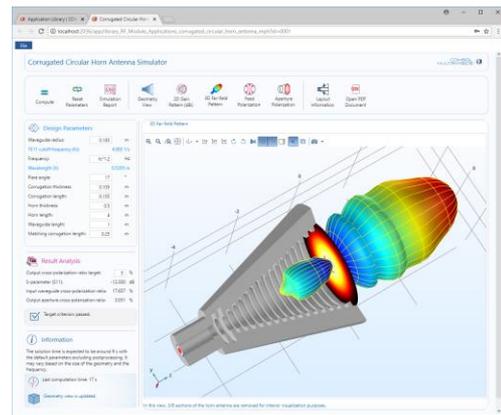
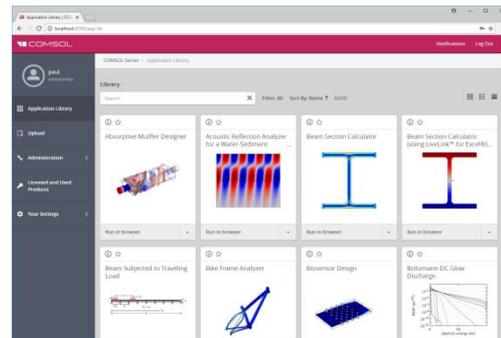
Application Builder

- L'Application Builder est inclus dans la version Windows® du noyau COMSOL Multiphysics®
- Construire des apps de simulation depuis les modèles COMSOL Multiphysics
- Inclus un éditeur de forme et un éditeur de méthode
 - L'éditeur de forme permet de glisser-déposer et de créer rapidement son interface
 - L'éditeur de méthode est un environnement de programmation permettant d'écrire du code pour une application dédiée (Java® syntax)
- Toutes les fonctionnalités peuvent être utilisées depuis ces deux éditeurs



COMSOL Server™

- COMSOL Multiphysics, les modules et LiveLink™ sont disponibles en tant que licence COMSOL Server
- COMSOL Server permet le déploiement d'applications :
 - Au sein de votre organisation et de votre réseau
 - Accessible partout pour des collègues, des collaborateurs, ou des clients.
- Permet l'utilisation d'applications :
 - Connexion à COMSOL Server™
 - Un navigateur Web
 - Le logiciel COMSOL® Client pour Windows®

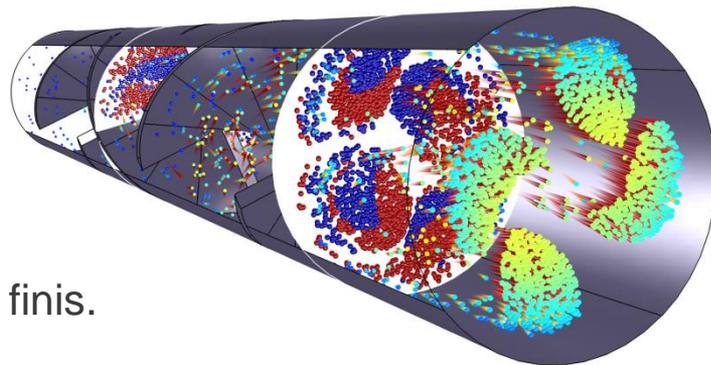


COMSOL Compiler™

- Compile les apps construites avec l'Application Builder en executable autonome.
- Compile pour Windows®, Linux®, et macOS
- Pour executer des applications compilées :
 - Aucune licence n'est requise
- Pour compiler :
 - Exige une licence pour le compilateur (NSL/CPU ou NSL)

Programme

- Introduction à COMSOL Multiphysics®
- Illustration intuitive sur la méthode des éléments finis.
 - Principes, discrétisation, minimisation du résidu
 - Exercice d'application
- Un exemple multiphysique : un actionneur MEMs
- Un exemple de matériau non-linéaire : l'autofocalisation avec l'effet *Kerr* optique.



Principes

$$\text{EDP sur } [0, \frac{\pi}{4}]: \frac{d^2u}{dx^2} + 4u = 8x^2$$

$$\text{Conditions aux limites : } u(0) = u\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$\text{Solution analytique connue : } u(x) = \cos(2x) + \left(1 - \frac{\pi^2}{8}\right) \sin(2x) + 2x^2 - 1$$

Recherche d'une solution faible : u tel que pour tout $v \in C$, on ait :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{d^2u}{dx^2} + 4u \right) v \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} 8x^2 v \, dx$$

Si u et v appartiennent à la même classe de fonction, on parle de méthode de *Galerkin*

On passe d'une formulation d'égalité de fonction continue à une formulation d'égalité au sens faible s'exprimant comme des produits scalaires de fonction de carré sommable sur $[0, \frac{\pi}{4}]$

$$\text{Cela revient à minimiser le résidu : } R = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{d^2u}{dx^2} + 4u - 8x^2 \right) v \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(4uv - \frac{dudv}{dx} \right) dx - 8 \int_0^{\frac{\pi}{4}} v x^2 \, dx \quad \textit{Galerkin}$$

Discrétisation

- Galerkin : $u(x) = v(x) = \varphi(x) = \sum_i u_i \varphi_i(x)$

Pour l'ordre $N = 2$, on choisit une base vérifiant les conditions aux limites, *i.e.* de la forme :

$$\varphi_i = x^i \left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

$$\varphi(x) = \sum_i u_i x^i \left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$
$$R = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} (4\varphi^2 - \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2) dx - 8 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \varphi x^2 dx$$



discrétisation

$$R = 2 \sum u_i u_j \frac{\pi}{4}^{i+j+3} \left(\frac{1}{i+j+1} - \frac{2}{i+j+2} + \frac{1}{i+j+3}\right) - \frac{1}{2} \sum u_i u_j \frac{\pi}{4}^{i+j+1} \left(\frac{ij}{i+j-1} - \frac{2ij+i+j}{i+j} + \frac{(i+1)(j+1)}{i+j+1}\right) - 8 \sum u_i \frac{\pi}{4}^{i+4} \left(\frac{1}{i+3} - \frac{1}{i+4}\right)$$

Minimisation du résidu

$$\frac{dR(u_i)}{du_j} = 0$$

N = 2 :

$$\begin{cases} 0.122 u_1 + 0.048 u_2 = -0.120 \\ 0.048 u_1 + 0.033 u_2 = -0.063 \end{cases}$$

Sous forme matriciel

$$\begin{pmatrix} 0.122 & 0.048 \\ 0.048 & 0.033 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.120 \\ -0.063 \end{pmatrix}$$

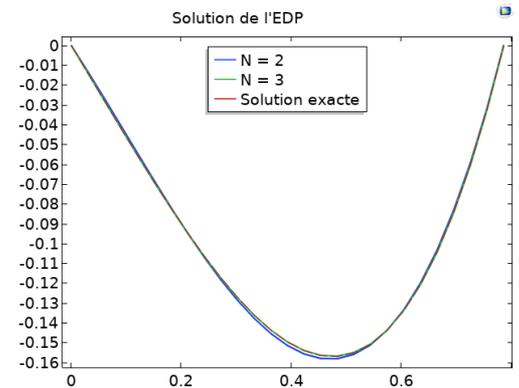
$$[K] \{u\} = \{F\}$$

K est la matrice de raideur, u est l'inconnu, F est le vecteur de chargement.

$$u(x) = -0.554579x\left(\frac{\pi}{4}-x\right) - 1.11256x^2\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$$

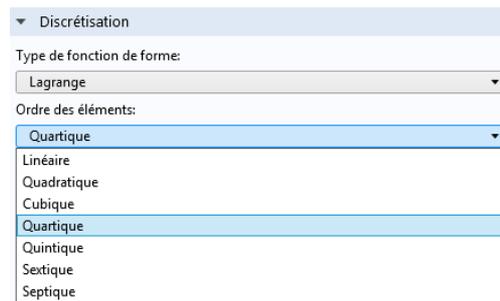
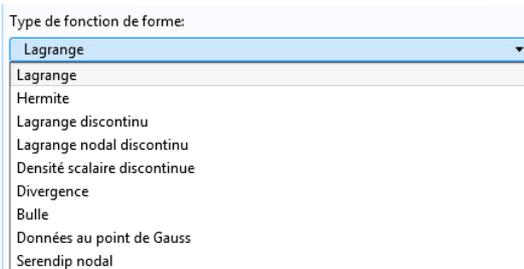
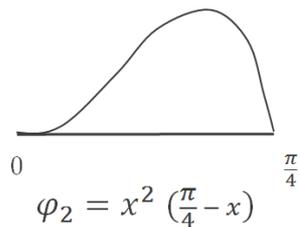
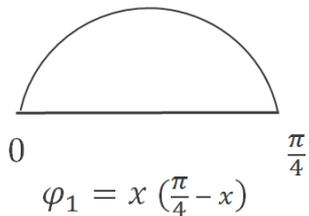
N = 3 :

$$u(x) = -0.588x\left(\frac{\pi}{4}-x\right) - 0.838x^2\left(\frac{\pi}{4}-x\right) - 0.349x^3\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$$



Remarques

- Choix du niveau de discrétisation (ordre des fonctions de bases)



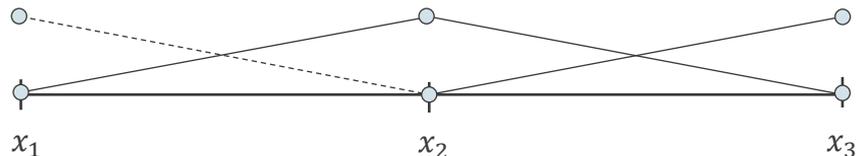
Sur COMSOL® Multiphysics, on peut choisir les fonctions et leur ordre

Exercice sur COMSOL® Multiphysics

- Résoudre sur $[0, \frac{\pi}{4}]$ l'équation : $\frac{d^2u}{dx^2} + 4u = 8x^2$
- Définir un composant 1D
- Choisir une EDP, forme coefficient : introduire l'équation
- Définir le maillage
- Résoudre à l'aide d'une étude stationnaire et analyser le post-traitement

Remarques

- Lorsqu'il y a plusieurs éléments



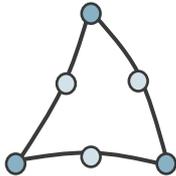
3 degrés de liberté

- On assemble les résidus de chaque élément : c'est l'assemblage (automatique)
- Plus le nombre d'éléments est important, plus la discrétisation est fine, mais plus l'assemblage et le nombre de degrés de liberté est important.

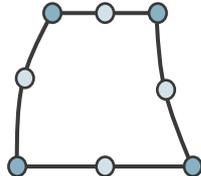
Classes d'éléments



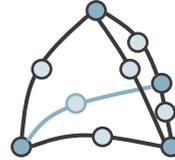
Ligne 1D



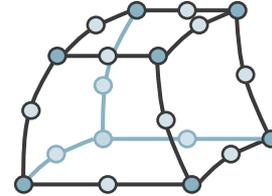
Triangle



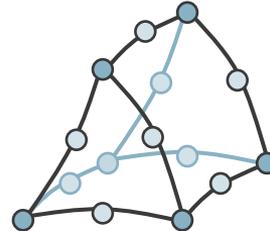
Quadrangle



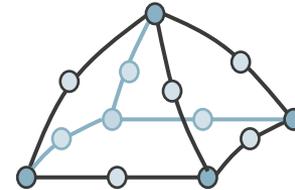
Tétraèdre



Hexahèdre
(Brique)



Prisme triangulaire

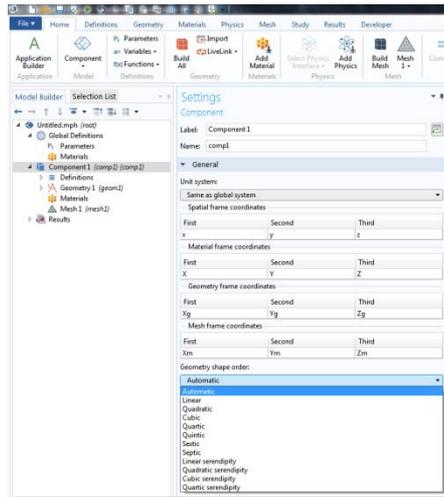


Pyramide

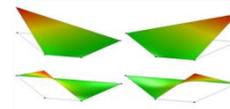
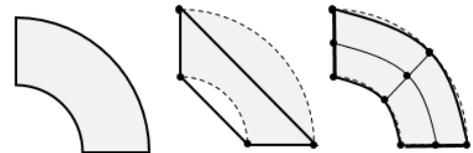
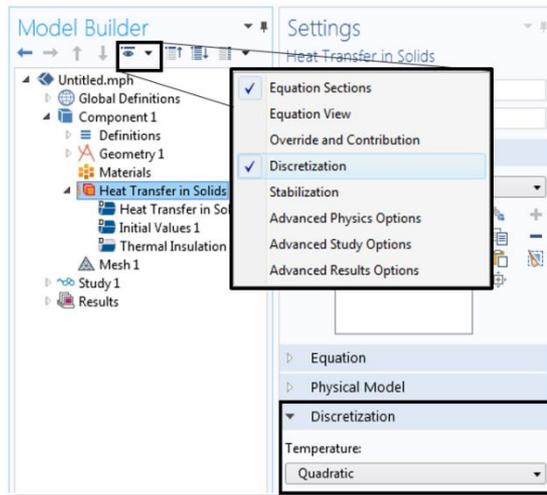
Ordre des éléments

Après le calcul du vecteur solution, l'approximation par éléments finis de la solution est construite par interpolation, comme une combinaison pondérée des fonctions de bases de chaque élément. L'ordre des éléments fait référence au choix de la base de fonction.

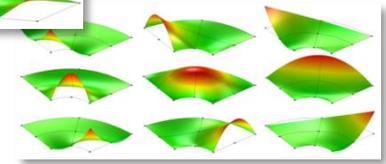
Ordre de la forme de la géométrie



Discrétisation de la physique



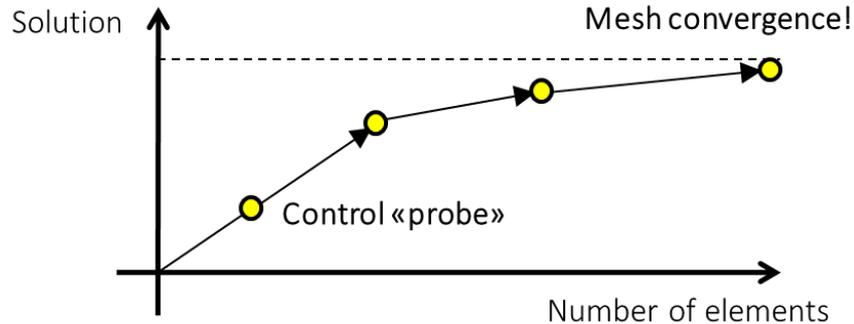
Fonctions de forme linéaire vs. quadratique



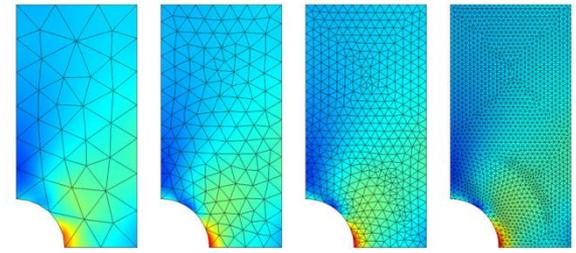
La convergence de maillage

Quel est le nombre total d'éléments requis ?

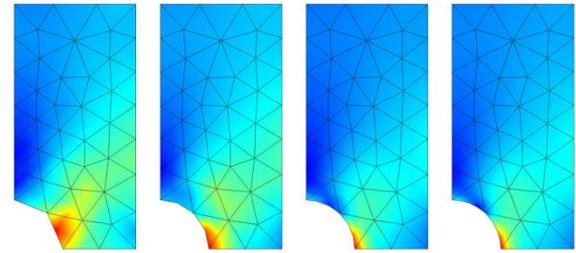
- Très rarement connu à l'avance
- Autant que nécessaire pour représenter la géométrie
- Autant que nécessaire pour résoudre les gradients de la solution



Diminution de la taille des mailles



Augmentation de l'ordre des éléments



Avoir la solution en tête

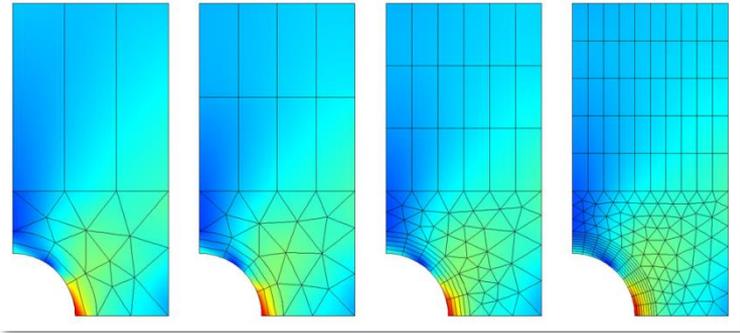
On souhaite résoudre sur le **maillage le plus grossier** qu'il soit tout en restant dans une **précision acceptable**. Cela signifie qu'il faut ajouter des éléments uniquement là où c'est nécessaire i.e. où l'on s'attend à des **gradients importants de la solution**.

Chaque physique, chaque problème, a ses particularités.

COMSOL fournit des maillages automatiques en fonction de la physique à résoudre. C'est un outil puissant pour avoir un premier maillage.

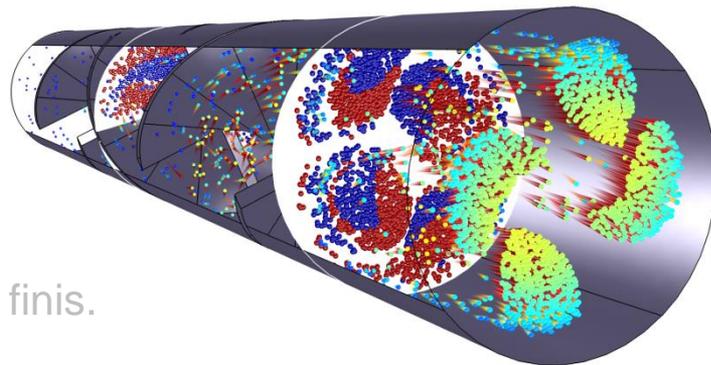
Il est crucial, en tant qu'analyste, d'exploiter ses connaissances a priori de la solution pour adapter et optimiser le maillage afin d'obtenir la meilleure précision.

Ajustement manuel du maillage

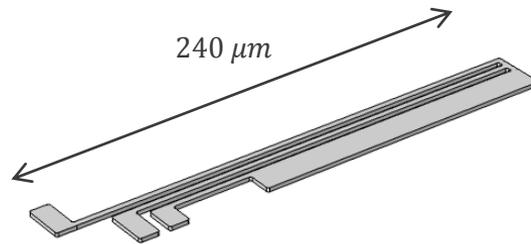


Programme

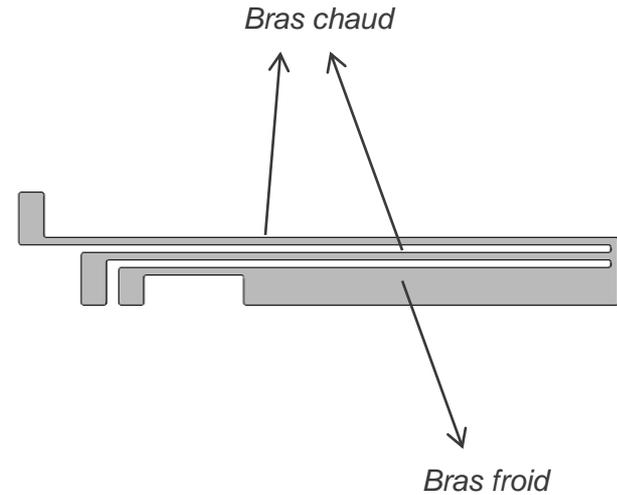
- Introduction à COMSOL Multiphysics®
- Illustration intuitive sur la méthode des éléments finis.
 - Principes, discrétisation, minimisation du résidu
 - Exercice d'application
- Un exemple multiphysique : un actionneur MEMS
- Un exemple de matériau non-linéaire : l'autofocalisation avec l'effet *Kerr* optique.



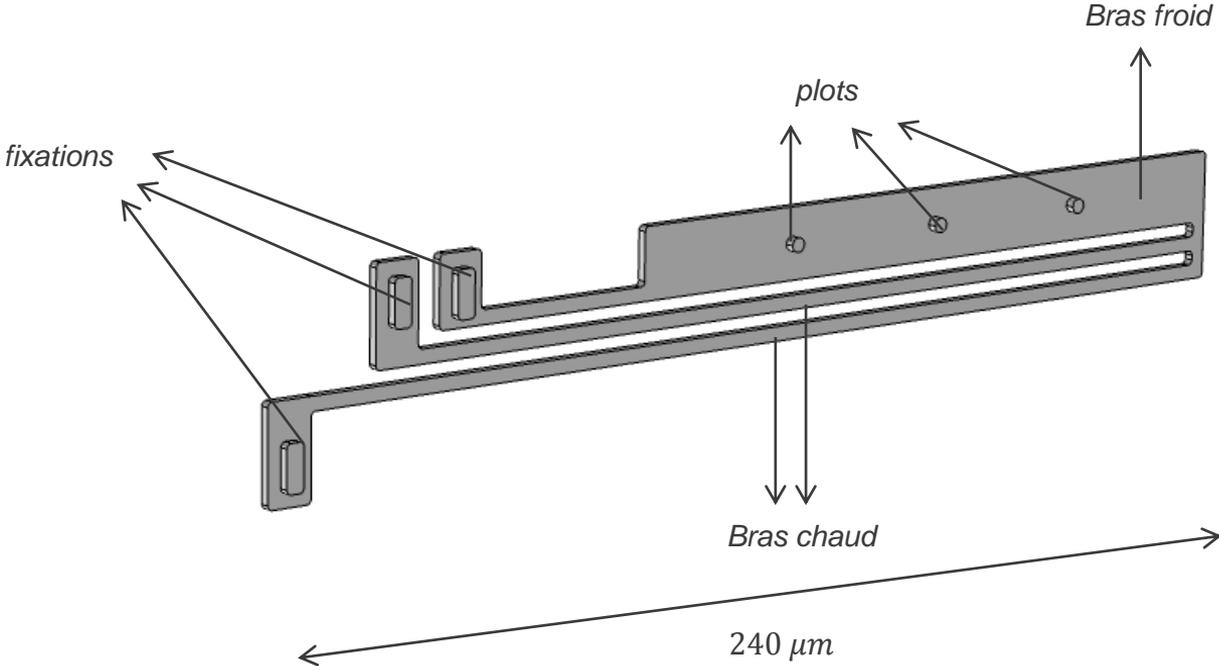
Actionneur MEMS : présentation



Géométrie

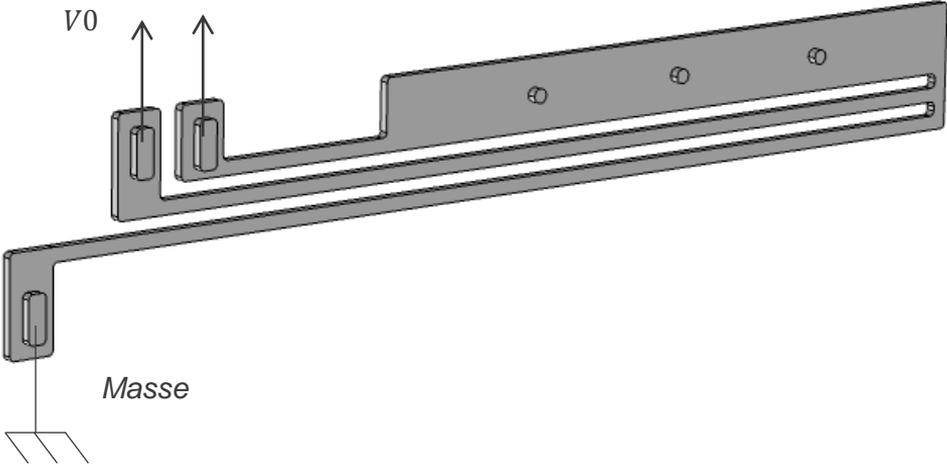


Actionneur MEMS



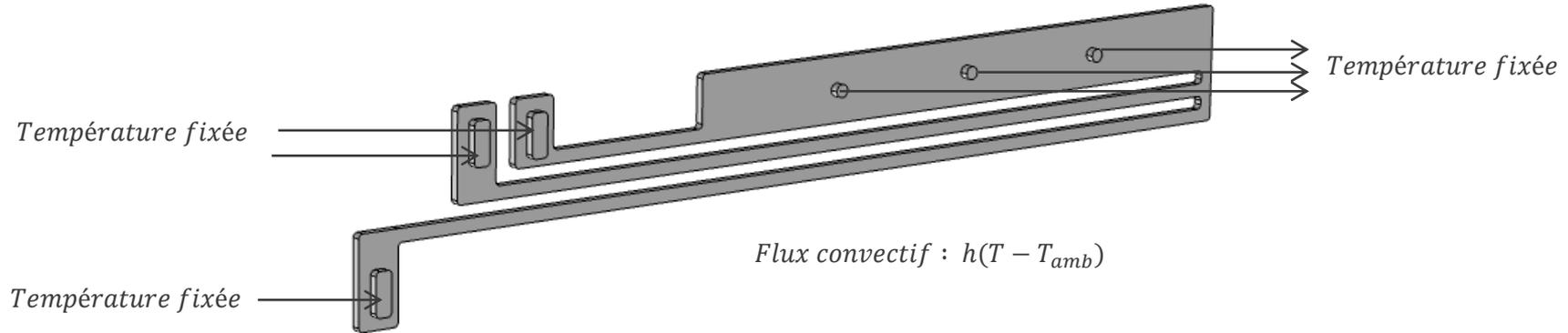
Physique électrique

Actionneur en silicium polycristallin



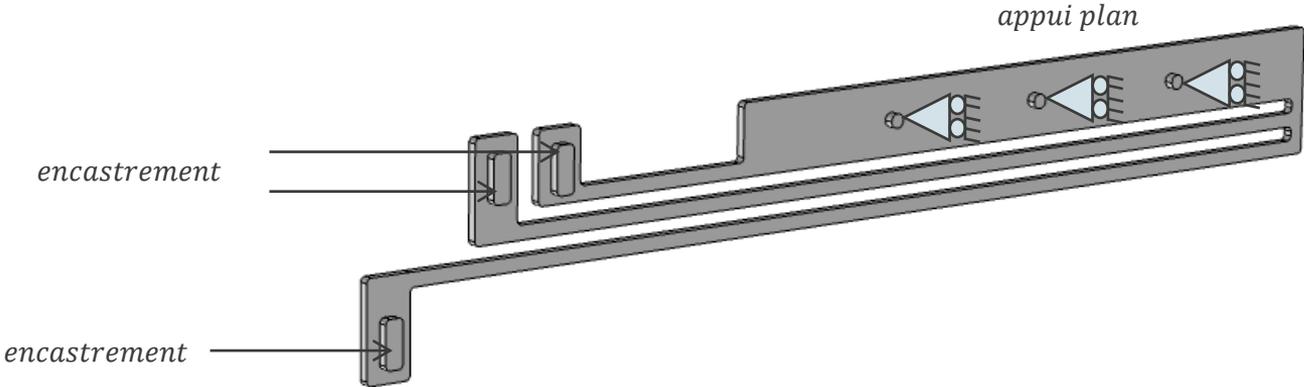
Physique thermique

Actionneur en silicium polycristallin

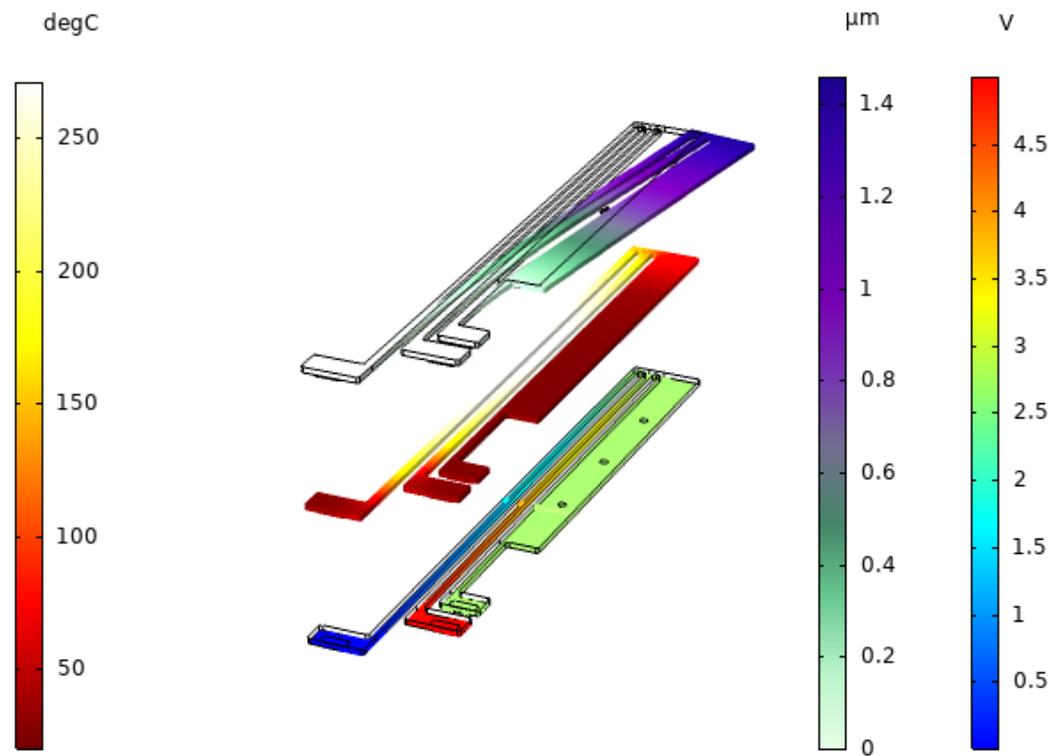


Physique mécanique

Actionneur en silicium polycristallin



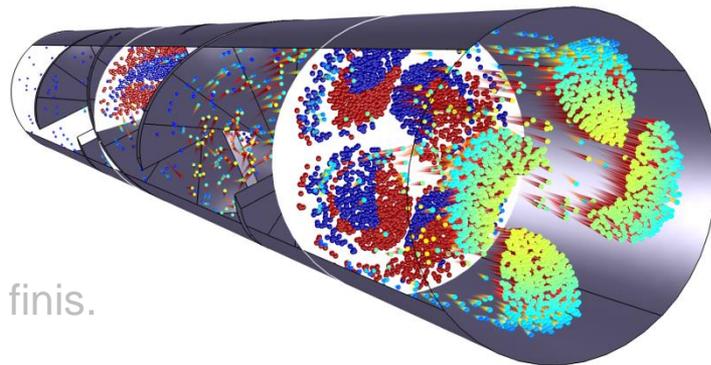
Résultat



Résultat sur chacune des variables (potentiel électrique, température et déplacement mécanique total)

Programme

- Introduction à COMSOL Multiphysics®
- Illustration intuitive sur la méthode des éléments finis.
 - Principes, discrétisation, minimisation du résidu
 - Exercice d'application
- Un exemple multiphysique : un actionneur MEMs
- Un exemple de matériau non-linéaire : l'autofocalisation avec l'effet *Kerr* optique.



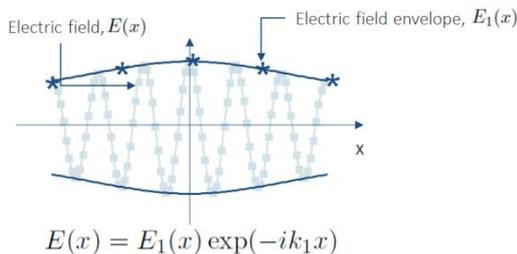
Autofocalisation

- Pour des applications laser pulsés, à fortes intensités, l'indice optique du milieu transparent devient dépendant de l'intensité : non-linéarité de l'effet *Kerr*

$$n = n_0 + \gamma I$$

L'effet est suffisamment fort pour dominer sur la diffraction et réaliser l'autofocalisation.

- Géométrie cylindrique : barreau de verre BK7 : $\gamma \approx 410^{-16} \text{ cm}^2/W$
- Insertion d'un faisceau et résolution à l'aide de la méthode d'enveloppe de faisceau



$$\left| \frac{dE_1}{dx} \right| \ll |k_1 E_1|$$

Physique

- Onde incidente

$$E(x, y, z) = E_0 \frac{w_0}{w(x)} \exp\left(-\frac{y^2+z^2}{w^2(x)}\right) \exp\left(-jk\frac{y^2+z^2}{2R(x)}\right) \exp(-j(kx-\eta(x))) z$$

$$w(x) = w_0 \sqrt{1 + \frac{x^2}{x_0^2}}$$

*Largeur du faisceau
et longueur de Rayleigh*

$$R(x) = x \left(1 + \frac{x_0^2}{x^2} \right)$$

*Rayon de courbure du
front d'onde*

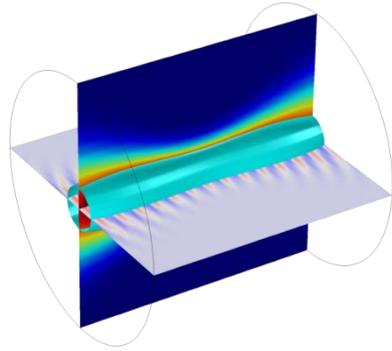
$$\eta(x) = \text{atan}\left(\frac{x}{x_0}\right)$$

Déphasage de Gouy

*Définition de la largeur
de faisceau pour les
fortes intensités*

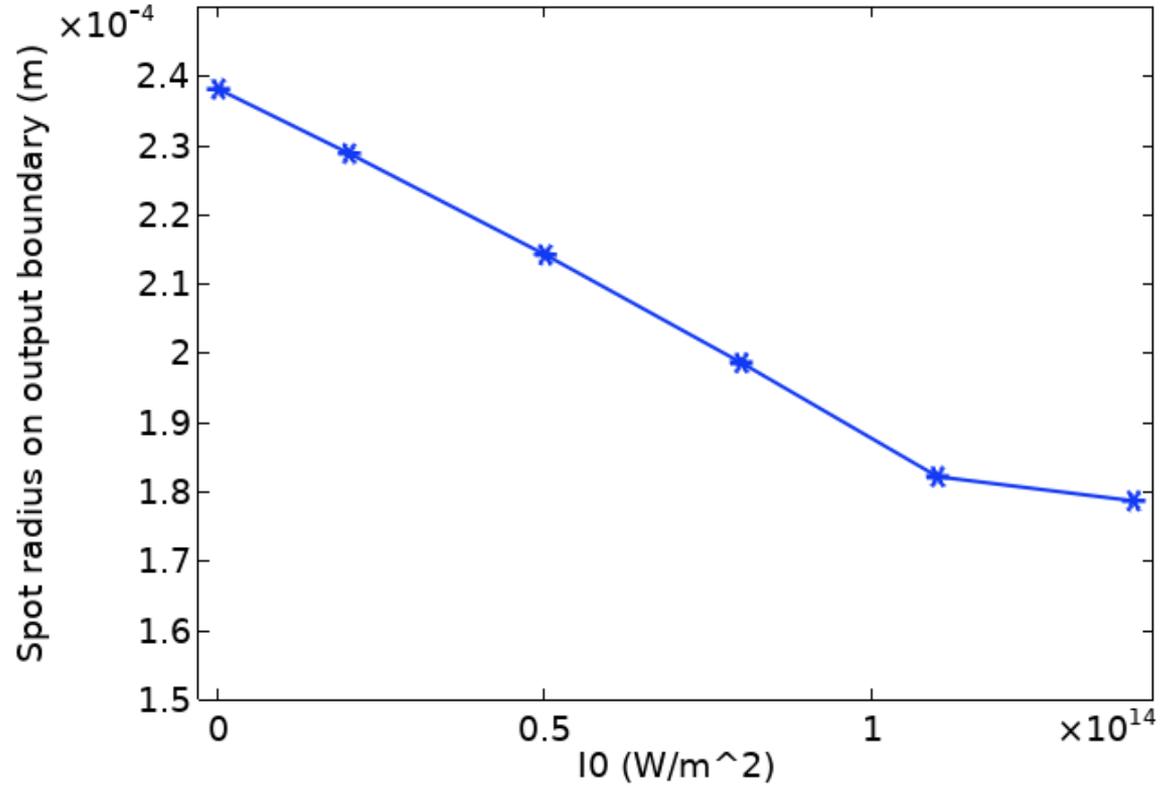
$$w = \sqrt{\frac{2 \int_A I(y, z)(y^2 + z^2) dy dz}{\int_A I(y, z) dy dz}}$$

Résultat



Vue comprimée de la propagation de l'onde

Autofocalisation $w = f(I_0)$



Conclusion

- Utilisation flexible de la méthode des éléments finis (vue des équations, forme faible)
- Interface unique pour de nombreuses applications
- Des couplages physiques à portée de main
- Des lois peuvent être ajoutées, incluant des phénomènes non-linéaires

Further Resources

- COMSOL® Learning Center
 - Learn how to use COMSOL Multiphysics® at your own pace
- Introduction to COMSOL Multiphysics®
 - The COMSOL Desktop®
 - Step-by-step tutorials
 - Advanced topics
- Introduction to Application Builder
 - The Application Builder environment
 - Using the Form Editor and Method Editor
 - Deploying simulation applications
- White papers and handbooks
- Manager's Guide
- Success stories

www.comsol.fr

