Structure électronique des matériaux

F. Ducastelle

Laboratoire d'Etude des Microstructures,

ONERA-CNRS, UMR104, Université Paris-Saclay,

BP 72, 92322 Châtillon Cedex



F. Ducastelle, Modélisation des Matériaux, Istres 15 - 19 Juillet 2019



De l'atome au cristal: Visite du tableau de Mendeleiev p.3

Structure électroniquep.36Méthodes ab initiop.39Structure électronique et cohésion des solidesp.58

Alliages

p.96

De l'atome au cristal

Visite du tableau de Mendeleiev

L'atome

Hydrogène



Mécanique quantique

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi(\vec{r}) + V(\vec{r})\Psi(\vec{r}) = E\Psi(\vec{r})$$
$$H|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle \quad ; \quad \Psi(\vec{r}) = \langle \vec{r}|\Psi\rangle$$
$$\Psi_{n\ell m}(\vec{r}) = R_{n\ell}(r)Y(\theta,\varphi)$$

Unités atomiques

hbar = m = e = 1 Rydberg = 13.6 eV = 1/2 Hartree Longueur = 0.53 Ang

- Schrödinger
- ► symétrie sphérique
- nombres quantiques n, l, m
 - principal, orbital, magnétique
 - couches K, L, M
 - électrons s, p, d, f
- ▶ et le spin 1/2 !

Orbitales atomiques



Molécule diatomique



$$\begin{split} \Psi(\vec{r}) &\simeq a \Psi_{1s}(\vec{r} - \vec{r_A}) + b \Psi_{1s}(\vec{r} - \vec{r_B}) \\ |\Psi\rangle &\simeq a |A\rangle + b |B\rangle \quad ; \quad \langle \vec{r} |A\rangle = \Psi_{1s}(\vec{r} - \vec{r_A}) \end{split}$$

$$H = \begin{pmatrix} E_{1s} + \alpha & t \\ t & E_{1s} + \alpha \end{pmatrix}$$

$$\alpha = \int d\vec{r} \, |\Psi_{1s}(\vec{r} - \vec{r}_A)|^2 V(\vec{r} - \vec{r}_B)$$

$$t = \int d\vec{r} \,\Psi_{1s}(\vec{r} - \vec{r}_A) \Psi_{1s}(\vec{r} - \vec{r}_B) V(\vec{r} - \vec{r}_B)$$



Liaison covalente







Hydrogène





Problème: Interactions électron-électron !

- V_A et V_B sont maintenant des potentiels à un électron effectifs
- Nécessite des méthodes de champ moyen, Hartree, Hartree-Fock ou des méthodes dites de fonctionnelle de la densité (électronique)

Corrélations

 $\leftarrow R \rightarrow 0$

$$|\Psi\rangle = |\Psi_L\rangle_1 |\Psi_L\rangle_2$$

$$= \frac{1}{2} [|A1\rangle + |B1\rangle] [|A2\rangle + |B2\rangle]$$

$$= [|A1\rangle |B2\rangle + |A2\rangle |B1\rangle + |A1\rangle |A2\rangle + |B1\rangle |B2\rangle]$$

$$H^- - H^+$$

H - H
Orbitales atomiques:
Heitler-London
Orbitales moléculaires

Hund-Mulliken

- ► La méthode des CLOA (combinaison linéaire d'orbitales atomiques) n'est pas très bonne à faible densité, R grand.
- En effet l'état à deux électrons peut s'écrire comme superposition linéaire d'atomes neutres et ionisés
- La configuration avec deux électrons coûte une énergie U, intégrale Coulombienne intra-atomique; ici U = 12,8 eV.
- On peut donner un poids différent à la configuration neutre et à la configuration « ionique »: interaction de configuration.
- En physique du solide, on parle de corrélations électroniques avec un « U de Hubbard».

9

Mendeleiev







**== Jac	之素同奶素 电超强										a freeze						
iz	is											76 FR)	70 7.5	مونيكو	with "	和	43
言う	ing.		ingen d									133	みま	6.2	35.	2 elre	18
iP	15	記	沃	įA	13	122	23	1. ···	ž.1.	212) 212)	1	15	25	78 ap	34 876	决	3 Jan Jan
37	5P	22	40	ile	2 (R)	13	23	1 2	jB	il	48	¥(£)	13	沪户	20 20 52	融	54
13	22	320	22	22	25	14	扩展	祊	та 10	۰ ب	**************************************	Ne BI	16	1.15	21	る笑	stor.
2,5	120	诸	25	神	152	113	ise	ing the	د میں میں	111	112		154		116		
112	58 17	2 . 7 2 . 7	13	j (2	13	13	źĹ	1.st	酒	15	2 Å	1/2					
223	i±.	2	2100	1 43 93 7 8	2.5.	270	12	13	317) 317)	影	腹	前	13				



^{© 2013} Todd Helmenstine chemistry.about.com sciencenotes.org

ici lien internet

Métaux simples, « normaux »



© 2013 Todd Helmenstine chemistry.about.com sciencenotes.org



Fig. 5.13 The densities of states of sp-valent metals. (After Moruzzi et al. (1978).)

Densité d'états



Les métaux « normaux » peuvent se décrire dans une approximation d'électrons presque libres, du moins la structure de bande. Et la cohésion ? (~1 eV)

Surface de Fermi

Métaux nobles



© 2013 Todd Helmenstine chemistry.about.com sciencenotes.org



FIG. 2. Solid line: present GW results for the bulk copper band structure, compared with the DFT-LDA results (dashed line), and with the experimental data reported in Ref. [16] (circles).

- Electrons au niveau de Fermi presque libres + électrons d (bande pleine)
- Surface de Fermi quasisphérique



Au

к s х

Σ



Propriétés optiques



۸.

۵

Ζ

W

X

1

٢

Δ

Métaux de transition



© 2013 Todd Helmenstine chemistry.about.com sciencenotes.org



F10. 12. Densities of states for minority- and majority-spin electrons in ferromagnetic Ni. The lower parts of the conduction bands are only shown schematically because the exact relative positions of the Γ_1 levels corresponding to majority and minority spins are uncertain.







FIG. 3. Spectral function of ferromagnetic iron for spin-up (a) and spin-down (b) and the two k-directions in the Brillouin zone compare with the experimental angle resolved photoemission and de Haas - van Alphen (at the $E_F=0$) points (from Ref. 3).



(1) Cette approximation est introduite pour la commodité des calculs ; à condition d'utiliser pour $\beta(R)$ une fonction dont les dérivées premières et secondes ont des valeurs comparables autour de la position d'équilibre du réseau, tous les résultats

encore à voir le maximum de K décalé vers la droite, ce qu'on observe effectivement. Les figures 2 et 3 illustrent le comportement de E_c et K respectivement.





- Energie de cohésion (5-10 eV)
- Constantes élastiques



JOURNAL DI



FIG. 3. — Module de compressibilité des métaux de transition ; les points noircis correspondent à des valeurs estimées (voir Gschneidner [1]).



FIG. 4. — Module de cisaillement des métaux de transition ; les points noircis correspondent à des valeurs estimées (voir Gschneidner [1]).



Li hcp	Be hcp										
Na hcp	Mg hcp	1	2	3.5	5	6	7	8.5	9.5	10	n _d
K bcc	Ca fcc	Sc hcp	Ti hcp	V bcc	Cr bcc	Mn (bcc)	Fe bcc	Co hcp	Ni fcc	Cu fcc	Zn hcp
Rb bcc	Sr fcc	Y hcp	Zr hcp	Nb bcc	Mo bcc	Tc hcp	Ru hcp	Rh fcc	Pd fcc	Ag fcc	Cd hcp
Cs bcc	Ba bcc	Lu hcp	Hf hcp	Ta bcc	W bcc	Re hcp	0s hcp	lr fcc	Pt fcc	Au fcc	Hg (fcc)
Fr	Ra bcc										



FIG. 2. Structural energy differences obtained from canonical d bands, by means of Eq. (4), as functions of the calculated canonical d occupation.

Les propriétés dépendent surtout du nombre d'électrons d qui contribuent fortement à la cohésion



FIG. 3. Structural energy differences obtained from canonical d bands, by means of Eq. (4), in the d-occupation-number range appropriate to the lanthanide crystal-structure sequence.

Terres rares



© 2013 Todd Helmenstine chemistry.about.com sciencenotes.org

La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Тb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb
dhcp	fcc	dhcp	dhcp	dhcp	Sm-t	bcc	hcp						



FIG. 2. The relative bonding energies of hcp- (---), dhcp- (--) and Sm-type $(-\cdot - \cdot)$ with respect to the fcc structure as a function of *d*-band occupancy N_d . The resulting stable structures for the ideal and a nonideal axial ratio are also shown. Les propriétés de cohésion dépendent surtout du nombre d'états délocalisés s, p, d





the equilibrium volume relative to LDA. The relative in-



FIG. 2. (a) Experimental bulk moduli at ambient temperature (taken from Ref. 26) and calculated bulk moduli (evaluated at the theoretical equilibrium volume) for both LDA and GGA. Ba and Eu are calculated in the bcc structure, Ce and Yb in the fcc structure. All other elements are calculated in the hcp structure assuming a c/a ratio fixed at its experimental equilibrium value. (b) Calculated second energy derivative with respect to volume (evaluated at the theoretical equilibrium volume) for the trivalent lanthanides except Ce compared to experimental values calculated using the bulk moduli in Ref. 26 and volumes in Ref. 14.

- Les électrons f sont localisés et ne participent pas à la cohésion. Ils sont responsables du magnétisme.
- U/t >> 1
 D'où propriétés structurales semblables

Z ¢	Symbol ¢	Name 💠	Etymology	Selected applications	
21	Sc	Scandium	from Latin Scandia (Scandinavia).	Light aluminium-scandium alloys for aerospace components, additive in metal-halide lamps and mercury-vapor lamps, ^[7] radioactive tracing agent in oil refineries	:
39	Y	Yttrium	after the village of Ytterby, Sweden, where the first rare earth ore was discovered.	<u>Yttrium aluminium garnet</u> (YAG) laser, yttrium vanadate (YVO ₄) as host for europium in television red phosphor, YBCO high-temperature superconductors, yttria- stabilized zirconia (YSZ), yttrium iron garnet (YIG) microwave filters, ^[7] energy-efficient light bulbs (part of triphosphor white phosphor coating in fluorescent tubes, CFLs and CCFLs, and yellow phosphor coating in white LEDs), ^[9] spark plugs, gas mantles, additive to steel, cancer treatments	
57	La	Lanthanum	from the Greek "lanthanein", meaning to be hidden.	High refractive index and alkali-resistant glass, flint, hydrogen storage, battery-electrodes, camera lenses, fluid catalytic cracking catalyst for oil refineries	
58	Се	Cerium	after the dwarf planet Ceres, named after the Roman goddess of agriculture.	Chemical oxidizing agent, polishing powder, yellow colors in glass and ceramics, catalyst for self-cleaning ovens, fluid catalytic cracking catalyst for oil refineries, ferrocerium flints for lighters, robust intrinsically hydrophobic coatings for turbine blades.	6
59	Pr	Praseodymium	from the Greek "prasios", meaning <i>leek-green</i> , and "didymos", meaning <i>twin</i> .	Rare-earth magnets, lasers, core material for carbon arc lighting, colorant in glasses and enamels, additive in didymium glass used in welding goggles, ^[7] ferrocerium firesteel (flint) products.	ę
60	Nd	Neodymium	from the Greek "neos", meaning <i>new</i> , and "didymos", meaning <i>twin</i> .	Rare-earth magnets, lasers, violet colors in glass and ceramics, didymium glass, ceramic capacitors, electric motors of electric automobiles	
61	Pm	Promethium	after the Titan Prometheus, who brought fire to mortals.	Nuclear batteries, luminous paint	-
62	Sm	Samarium	after mine official, Vasili Samarsky-Bykhovets.	Rare-earth magnets, lasers, neutron capture, masers, control rods of nuclear reactors	7
63	Eu	Europium	after the continent of Europe.	Red and blue phosphors, lasers, mercury-vapor lamps, fluorescent lamps, NMR relaxation agent	:
64	Gd	Gadolinium	after Johan Gadolin (1760–1852), to honor his investigation of rare earths.	High refractive index glass or garnets, lasers, X-ray tubes, computer memories, neutron capture, MRI contrast agent, NMR relaxation agent, magnetostrictive alloys such as Galfenol, steel additive	e
65	Тb	Terbium	after the village of Ytterby, Sweden.	Additive in Neodymium based magnets, green phosphors, lasers, fluorescent lamps (as part of the white triband phosphor coating), magnetostrictive alloys such as terfenol-D, naval sonar systems, stabilizer of fuel cells	
66	Dy	Dysprosium	from the Greek "dysprositos", meaning hard to get.	Additive in Neodymium based magnets, lasers, magnetostrictive alloys such as terfenol-D, hard disk drives	Ę
67	Но	Holmium	after Stockholm (in Latin, "Holmia"), native city of one of its discoverers.	Lasers, wavelength calibration standards for optical spectrophotometers, magnets	-
68	Er	Erbium	after the village of Ytterby, Sweden.	Infrared lasers, vanadium steel, fiber-optic technology	:
69	Tm	Thulium	after the mythological northern land of Thule.	Portable X-ray machines, metal-halide lamps, lasers	(
70	Yb	Ytterbium	after the village of Ytterby, Sweden.	Infrared lasers, chemical reducing agent, decoy flares, stainless steel, stress gauges, nuclear medicine, monitoring earthquakes	;
71	Lu	Lutetium	after Lutetia, the city that later became Paris.	Positron emission tomography - PET scan detectors, high-refractive-index glass, lutetium tantalate hosts for phosphors, catalyst used in refineries, LED light bulb	(

Actinides



27

Nature of the 5f states in actinide metals

Kevin T. Moore

Chemistry and Materials Science Directorate, Lawrence Livermore National Laboratory, Livermore, California 94550, USA

Gerrit van der Laan[†]

Diamond Light Source, Chilton, Didcot, Oxfordshire OX11 0DE, United Kingdom and STFC Daresbury Laboratory, Warrington WA4 4AD, United Kingdom

(Published 6 February 2009)



FIG. 1. (Color online) Wigner-Seitz radius of each metal as a function of atomic number Z for the 5d, 4f, and 5f metal series From Boring and Smith, 2000. The upper-left insets schematically illustrate localized and delocalized 5f states between ad jacent actinide atoms. From Albers, 2001.

- Les électrons 5f sont moins localisés et participent à la cohésion jusqu'au plutonium
- Début de série comme métaux de transition (en plus compliqué); fin de série comme les terres rares
- ► U/t ≈ 1 cas difficile
 ► (Friedel 1956 !)





FIG. 4. (Color online) A "pseudobinary" phase diagram of the light to middle 5*f* actinide metals as a function of pressure (from Lindbaum *et al.*, 2003, with the phase boundaries for Cm updated using Heathman *et al.*, 2005, and Cm-Bk alloys from Heathman *et al.*, 2007). The pressure behaviors of Np and Pu are not shown, but the ground-state crystal structure of each metal is indicated.

cal guesses based on thermodynamic principles. Thus, while the pseudobinary phase diagram is not strictly correct, it does afford great insight into the general behav-

Covalents



^{© 2013} Todd Helmenstine chemistry.about.com sciencenotes.org





Fig. 7. — Calculated values of E_c for seven different structures : (•) simple cubic, (\triangle) diamond, (O) f.c.c., (\square) b.c.c., and finally in dashed lines, structures with Z = 1, 2 and 3.

Allan Lannoo 1983

Fig. 1. — Experimental trends in the cohesive energy E_e versus the number of electrons N_e in the sp band, for the four first rows of the periodic table. Values are taken from [1].

88

Ne

5

Fig. 2. - Experimental trends in the nearest neighbour

distance R versus Ne. Values are taken from [2].



- Gap indirect pour C, Si,
 Ge
- Gap direct pour GaAs



Fig. 2.16 The valences and p energy levels (after Herman and Skillman (1963)).



- Hybridation sp dans la colonne du carbone
- Caractère p de plus en plus marqué pour les colonnes suivantes

 Structures cristallines colonne V: cubique simple + Peierls distortion (J.-P.
 Gaspard, Ch Bichara)
 Cf: phase change compounds Ge Te, ...



FIG. 9. For the four "elements" As, Sb, Bi, and Bi without s.o. coupling, comparison of (a) theoretical (DOS), (b) theoretical smoothed DOS (0.6 eV Gaussian smoothing), and (c) experimental XPS from Ref. 29. The experimental XPS spectra for Bi without spin-orbit coupling is, of course, missing.

 Les états de valence sont bien décrits en « liaisons fortes » sp

 Les électrons de conduction sont plus souvent proches d'électrons libres

Gaz rares, pour mémoire



^{© 2013} Todd Helmenstine chemistry.about.com sciencenotes.org



© 2013 Todd Helmenstine chemistry.about.com sciencenotes.org

Structure électronique
Que veut on calculer?

Avec quelles méthodes ?

Propriétés de l'état fondamental (à O K) stabilité des structures cristallines, propriétés de cohésion, élastiques, énergie de défauts Propriétés reliées à des excitations à une particule (électron, trou) potentiel d'ionisation, photoémission, effet tunnel Propriétés reliées à des excitation à deux particules (électron + trou) propriétés optiques: absorption, luminescence (exciton, plasmon) propriétés de transport Température finie phonons, couplage électron-phonon

Méthodes empiriques interactions de paires, constantes de force Méthodes semi-empiriques électrons presque libres, liaisons fortes Méthodes « ab initio » DFT (état fondamental), Monte Carlo quantique excitations: quasiparticules, GW, Bethe-Salpeter fortes corrélations: DFT+U, DFMT

t									
QMC									
DFT (approxima	ations (semi	i)-locales)							
DFT (hybrides))								
TDDFT									
GW									
GW + excitons									
Accuracy S	Tight-bi	nding (TB),	empirical	pseudopote	entials				
Accuracy S	Selfconsi	stent TB, C							
	Acc	uracy 🖄		kp, effective mass					
	I	I	I	I	I				
10	10 ²	10 ³	104	10 ⁵	→ 10 ⁶				
	Numbe	r of atoms							

Méthodes ab initio

Approximation adiabatique



Born-Oppenheimer approximation

(Adiabatic approximation)

$$\hat{H} = \hat{T}_N(\mathbf{R}) + \hat{T}_e(\mathbf{r}) + \hat{V}_{eN}(\mathbf{r}, \mathbf{R}) + \hat{V}_{NN}(\mathbf{R}) + \hat{V}_{ee}(\mathbf{r})$$

The Hamiltonian acts on the **many-particle** wave function of the systems, which depends on both ions and electrons:





Max Born 1882-1970

J. Robert Oppenheimer 1904-1967

$$\Psi = \Psi(\underbrace{r_1, r_2, \dots, r_K}_{R_1, R_2, \dots, R_N})$$
electrons nuclei
Approximations:
Assume that $\hat{T}_N(\mathbf{R}) = -\hbar^2 \sum_I \frac{\nabla_I^2}{2M_I}$ is small
(makes sense, ion mass $M_I >>$ electron mass)
Assume further that depends on the nuclear
positions as parameters
 $\Psi(\{\mathbf{R}_I\}, \{\mathbf{r}_i\}) \approx \chi(\{\mathbf{R}_I\}) \cdot \psi(\{\mathbf{R}_I\}; \{\mathbf{r}_i\})$
nuclei electrons

A. S. Foster and A.V. Krasheninnikov Helsinki University of Technology

Le problème général

$$H = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{p_i^2}{2m} + V_{el-ion}(\vec{r}_i) \right) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{N} \frac{e^2}{r_{ij}}$$
$$H \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N) = E \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N)$$

Energie totale: ajouter l'énergie ion-ion

- Equation de Schrödinger à 3N variables (+spin)
- Les ions occupent des positions fixes
- Les mouvements des électrons sont corrélés à cause du terme d'interaction e-e
- La fonction d'onde doit être antisymétrique: deux électrons ne peuvent pas être dans le même état au même endroit
- Principe de Pauli

Approximation de Hartree



Approximation de champ moyen

$$H = \frac{p^2}{2m} + V_{el-ion}(\vec{r}) + V_h(\vec{r})$$
$$H\phi_\alpha(\vec{r}) = \varepsilon_\alpha \phi_\alpha(\vec{r})$$
$$V_h(\vec{r}) = \int d\vec{r'} \sum_{\beta \ occ} \frac{e^2 |\phi_\beta(\vec{r'})|^2}{|\vec{r'} - \vec{r}|} = e^2 \int d\vec{r'} \frac{n(\vec{r'})}{|\vec{r'} - \vec{r}|}$$

The Hartree method 1928 D.R. Hartree (1897-1958) Cambridge, UK



- L'électron en r interagit avec le potentiel moyen dû aux autres électrons
- On en déduit des énergies et fonctions d'onde à un électron (états a) qui permettent de recalculer le potentiel « autocohérent (selfconsistent) »
- Problème: le potentiel dépend en principe de a ! Sinon « selfinteraction »

 $\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N) \simeq \phi_1(\vec{r}_1)\phi_2(\vec{r}_2)\dots\phi_N(\vec{r}_N)$

- Les électrons se meuvent de façon indépendante (contradiction ?)
- Les équations de Hartree sont les meilleures pour de telles fonctions d'onde (théorème variationnel)
- Grave défaut: elles ne respectent pas le principe de Pauli
- Il faut antisymétriser la fonction d'onde
- (déterminant de Slater). En applicant le principe variationnel on obtient alors de nouvelles équations dites de Hartree-Fock.

Hartree Fock

The Hartree-Fock method 1930 V.A. Fock (1898–1974) Leningrad, Russia



$$H_{hf}\phi_{\alpha}(\vec{r}) = H_{h}\phi_{\alpha}(\vec{r}) + \int d\vec{r'} \Sigma_{x}(\vec{r},\vec{r'})\phi_{\alpha}(\vec{r}) = \varepsilon_{\alpha}\phi_{\alpha}(\vec{r})$$
$$\Sigma_{x}(\vec{r},\vec{r'}) = -e^{2} \sum_{\beta \ occ} \frac{\phi_{\beta}(\vec{r})\phi_{\beta}^{*}(\vec{r'})}{|\vec{r'}-\vec{r}|}$$

$$V_{Slater}(\vec{r}) = -\frac{0.916}{R_s[n(\vec{r})]} = -\frac{3}{2} \left[\frac{3}{\pi}n(\vec{r})\right]^{1/3}$$



J. Slater

- Le nouveau potentiel non local dit potentiel (ou selfénergie) d'échange est compliqué.
- Il a cependant le mérite de compenser exactement le terme d'auto-interaction de l'approximation de Hartree

 Si on fait la moyenne locale, on obtient la méthode X_{alpha} de Slater

 Historiquement très important

Density Functional Theory (DFT)

Hohenberg-Kohn-Sham

L'énergie de l'état fondamental ne dépend que de la densité électronique

Comme fonctionnelle de la densité l'énergie est minimum pour la densité d'équilibre

On peut construire un hamiltonien à une particule qui donnera cette densité (Kohn-Sham) pourvu qu'on connaisse le potentiel Vxc qui ne dépend que de la densité

Statement:

If a potential V(r) leads to the ground state density n(r), and v'(r) <u>also</u> leads to n(r), then v'(r) = v(r) + C, (3) i.e. n(r) $\rightarrow v(r)$ "uniquely" (to within an uninteresting edditive constant)



W. Kohn

lien internet

- Intérêt d'avoir un potentiel effectif local qui décrit aussi les corrélations (par définition: ce qui n'est pas dans Hartree ou échange)
- La DFT fournit un cadre théorique qui permet de justifier une telle construction, du moins pour l'état de base

^{1.} BASIC LEMMA OF HK

Trou d'échange et de corrélation



Monte Carlo Q

- Hartree: néglige toute corrélation dans le mouvement des électrons
- Hartree-Fock: introduit des corrélations pour des spins parallèles (échange)
- Très bien pour décrire les effets de magnétisme
- Pas très bien pour les énergies: trop disymétrique

Equations Kohn Sham et LDA

$$H_{ks}\phi_{\alpha}(\vec{r}) = H_{h}\phi_{\alpha}(\vec{r}) + V_{xc}(\vec{r})\phi_{\alpha}(\vec{r})$$
$$V_{xc}(\vec{r}) = \frac{\partial E_{xc}[n(\vec{r})]}{\partial n(\vec{r})}$$

LDA

$$E_{xc}[n(\vec{r})] = \int d\vec{r} \, n(\vec{r}) \, \varepsilon_{xc}(n(\vec{r}))$$

- Le potentiel V_{XC} d'échange et de corrélation est défini comme la dérivée de la fonctionnelle (inconnue !) E_{XC}. On n'est donc pas très avancé, mais on sait qu'on peut construire un hamiltonien effectif avec un potentiel local pour décrire l'état fondamental.
- La méthode est une généralisation de l'ancienne méthode Thomas-Fermi
- Si on utilise le potentiel d'un gaz d'électrons en interaction, on retrouve Slater à un facteur 2/3 près !!

Les fonctionnelles



- Possibilité de polarisation de spin (Cf unrestricted HF).
- Plutôt très bon, mais pas toujours suffisant, si la densité varie beaucoup.
- Puis GGA, mais beaucoup de variantes
- Autres fonctionnelles: orbital dependent functionals
- Fonctionnelles hybrides: mélange avec échange exact
- ▶ PBEO, HSEO3, B3LYP, ...

DFT En pratique

Self-Consistent Kohn-Sham Equations



Structure, type of atoms

Guess for input

Solve KS Eqs

New density and potential

Self-consistency

Output Total enegy, forces,... Eigenvalues

- Choix de fonctionnelle
- Pseudopotentiels
- Bases
 - localisées
 - ondes planes

 Dynamique: méthode à la Car-Parinello

Logiciels implémentant la DFT [modifier | modifier le code]

- Article détaillé : List of quantum chemistry and solid state physics software.
- ABINIT Site officiel & [archive]

- Augmented Spherical Wave Site officiel [[archive]
- Atomistix Toolkit Site officiel @ [archive]
- CADPAC Site officiel & [archive]
- CASTEP Site officiel
 [™]
 [archive]
- JAGUAR Site officiel & [archive]

- MPQC Site officiel & [archive]
- NWChem Site officiel
 [™] [archive]
- ORCA Site officiel @ [archive]

- CPMD Site officiel & [archive]
- CRYSTAL Site officiel & [archive]
- DALTON Site officiel & [archive]
- deMon2K Site officiel
 [™] [archive]
- DFT++ Site officiel
 [™] [archive]
- DMol3 Site officiel & [archive]
- PARATEC Site officiel & [archive]
- PC GAMESS Site officiel
 [™] [archive]
- Parallel Quantum Solutions Site officiel @ [archive]
- Q-Chem Site officiel & [archive]

- EXCITING Site officiel & [archive]
- Fireball Site officiel @ [archive]
- FLEUR Site officiel & [archive]
- GAMESS (UK) Site officiel @ [archive]
- GAUSSIAN Site officiel
 [™]
 [archive]
- GPAW Site officiel
 [™]
 ^[archive]
 ^[archive]
- SIESTA Site officiel
 [archive]
- Socorro Site officiel ₼ [archive]

- TURBOMOLE Site officiel
 [™]
 [archive]

DFT : Good

H															Не		
	Cohesive energy of elemental crystals (GGA/PBE)																
li	Be												C	N	0	E	Ne
4%	8%	ΔE _{coh}									6%	5%	6%	17%	40%	31%	
Na	Mg										Al	Si	Р	5	CI	Ar	
4%	2%											0%	3%	1%	6%	3%	7%
K	Ca	SC	Ti	V.	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
8%	3%	5%	12%	11%	3%	30%	12%	16%	8%	1%	20%	7%	4%	1%	6%	10%	80%
Rb	\$r	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	1	Хе
10%	7%	5%	0%	9%	9%	1%	2%	2%	6%	16%	37%	9%	0%	2%	10%	15%	84%
(s	Ва	Lu	Hf	Ta	W	Re	0s	lr	Pt	Au	Hg	11	Pb	Bi	Po	At	Rn
11%	1%	8%	3%	2%	1%	2%	3%	0%	9%	19%	69%	20%	4%	5%	8%		81%

K. Lejaeghere et al, Critical Reviews in Solid State and Materials Sciences 39, 1 (2014)

- Beaucoup de codes disponibles efficaces
- Bonnes propriétés
- structurales, élastiques, ...
- Bonne description semi-qualitative de la structure de bande

DFT : Bad



- Insuffisant pour les systèmes très corrélés (oxydes de métaux de transition, actinides, ...)
- van der Waals

- Le problème du gap et des excitations électroniques:
 - problème de self interaction en LDA

Une méthode ab initio ou semi-empirique ?

Les méthodes basées sur la théorie de la fonctionnelle de la densité sont considérées à l'heure comme une théorie ab initio par la plupart des scientifiques. En effet, les théorèmes de Hohenberg et Kohn ainsi que le développement amenant aux équations monoélectroniques de Kohn et Sham sont parfaitement rigoureux et sont obtenus sans avoir recours à d'éventuelles approximations. Cependant, la fonctionnelle d'échange-corrélation apparaissant dans les équations rend toutes résolutions exactes impossibles, sa forme analytique étant inconnue. Comme décrit plus haut, il est donc nécessaire d'approximer cette fonctionnelle soit en formulant une forme mathématique approchée de la fonctionnelle ou bien en *fittant* un certain nombre de données expérimentales. Cette approche est typique des méthodes semi-empiriques et la méthode DFT pourrait donc tout aussi bien être classée dans cette catégorie. L'énergie totale en DFT est exprimée en termes dépendant de la densité électronique plutôt qu'en termes de fonctions d'onde. Il est sans doute plus pertinent de considérer la méthode DFT comme une classe à part dans les méthodes numériques de chimie quantique.

Wikipedia

van der Waals



- Très important en général
- Pour les solides, systèmes lamellaires, empilements 2D
- Necessité de modifier les fonctionnelles ou d'ajouter des interactions effectives

Van der Waals functionals

This page gives hints on how to use Van der Waals functionals with the ABINIT package.



- Pour améliorer le gap
- orbitales hybrides
- Many Body Perturbation Theory: GW auto-cohérent ou non. Plus compliqué mais plus général

Au-delà de la DFT

MBPT Many Body Perturbation Theory post HF Interactions de configuration

Monte Carlo Quantique

Corrélations fortes: LDA + U DMFT Dynamic Mean Field Theory

Propriétés optiques TDDFT Time Dependent Density Functional Theory BSE Bethe Salpeter Equation

GW



$$H\phi_{\alpha}(\vec{r}) = H_h\phi_{\alpha}(\vec{r}) + \int d\vec{r'} \,\Sigma(\vec{r},\vec{r'},\varepsilon_{\alpha})\phi_{\alpha}(\vec{r}) = \varepsilon_{\alpha}\phi_{\alpha}(\vec{r})$$

- Excitation à une particule: en Hartree-Fock, les excitations sont fournies par la structure de bande. Dans la DFT ce n'est en principe qu'un intermédiaire de calcul pour l'état de base.
- On ajoute un électron (trou) et on calcule la charge induite et le potentiel induit (self-énergie) par une méthode de perturbation à partir de la DFT = Quasiparticule: électron plus nuage de polarisation. Méthode de fonction de Green (G) et de potentiel écranté (W).
- ► Inclut des aspects dynamiques (temps de vie). ∑ a une partie imaginaire

Structure électronique et cohésion des solides Modèles

Wigner-Seitz

In both lithium and sodium, it was found possible to construct a radial potential field $v_0(r)$ having the property that the eigenvalues of the equation

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + v_c(r)\psi = E\psi \qquad (1)$$

b. Application of the Cellular Approximation.—All the alkali metals form body-centered cubic lattices for which the polyhedron that should be used in the cellular approximation is the truncated octahedron shown in Fig. 2, Chap. IX. It may be assumed, for simplicity, that these polyhedra can be replaced by spheres of equal volume. The error that is made in doing so can be shown to be negligible and will be discussed below. Since each of the spheres is electrostatically neutral, the coulomb potential in a given cell that arises from any other cell is zero. Hence, all that is necessary is to consider the coulomb field arising from the charge in a given cell in the sphere approximation. For this reason, we shall restrict the following discussion to a single sphere.



Fig. 5.14 The binding energy U as a function of the Wigner-Seitz radius R_{WS} for sodium. The bottom of the conduction band, Γ_1 , is given by the lower curve to which is added the average kinetic energy per electron (the shaded region). (After Wigner and Seitz (1933).)



- L'idée est que la structure de bandes est semblable à celle d'électrons libres. Il suffit donc de connaître l'énergie en Γ en bas de la parabole.
- La fonction d'onde est périodique: si on garde le même potentiel on a juste à changer les conditions aux limites par rapport à l'atome.
- On gagne de l'énergie, même si on doit ajouter de l'énergie cinétique
- Très bons résultats pour les métaux normaux











In a simple metal the pseudopotential of the ion cores is weak. We may apply perturbation theory by regarding the uniform electron gas of the appropriate density as the unperturbed system and the ionic pseudopotentials as the perturbing potential. In the previous section we carried this out to first order in the pseudopotential. To distinguish between the energies of different atomic arrangements of the metal at constant density we must extend the analysis to second order in the pseudopotential. When this is done the cohesive energy per atom may be written in the following physically transparent form

$$E_{\rm coh} = E_1(r_{\rm s}) + \frac{1}{2} \sum_{R \neq 0} \phi(R, r_{\rm s}).$$
 (8.38)

The first term, $E_1(r_s)$, is density dependent and structure independent and accounts for more than 90 per cent of the cohesive energy of the metal. The second term is a sum of pair potentials, and it is this term that distinguishes between the energies of different crystal structures at the same density. The pair potentials are also dependent on the density. In the section on screening



Interactions de paires





Liaisons fortes (Hückel)



FIG. 19.—The one-electron levels of the free atom split into bands when the atom enters the solid.

$$\langle r|n\rangle = \phi(r-n)$$

$$\langle n|m\rangle \simeq \delta_{nm}$$

$$\langle m|H|n\rangle = \sum_{p \neq n} \langle m|V_p|n\rangle \simeq \langle m|V_p|n\rangle = t(m-n)$$
$$= \int d\vec{r} \,\phi(\vec{r}-\vec{n})V(\vec{r}-\vec{n})\phi(\vec{r}-\vec{m}) < 0$$

► Bande s pour commencer

- Base orthonormale
- On ne garde que les intégrales de saut entre proches voisins
- Intégrales de dérive, champ cristallin négligées



Structure de bande

 $W \approx Z |\beta|$

C. Barreteau





Let us consider the simple-cubic s band lattice with hopping inte only between fisrt neighbours (we will omit λ index).

 $\varepsilon_0 + \alpha$

$$H = \sum_{n} |n > \varepsilon^{0} < n| + \sum_{n,m}' |n > \beta < m|$$

=======

a) Volume

Bloch States :

$$k > = \frac{1}{\sqrt{N_{at}}} \sum_{n}' e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{n}} |n>$$

A standard calculation then yields :

 $\frac{\varepsilon_0}{\alpha}$

$$H|k\rangle = \varepsilon(\mathbf{k})|k\rangle$$
 with $\varepsilon(\mathbf{k}) = E^0 + \beta \sum_{\mathbf{R}}' e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}}$

R : 1st neighbours vector. (**R** = $\pm a(1,0,0), \pm a(0,1,0), \pm a(0,0,0)$

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \varepsilon^{0} + 2\beta(\cos k_{x}a + \cos k_{y}a + \cos k_{z}a)$$

Etats d (métaux de transition)



(b) V_{dd}

(c) $V_{\rm dd\sigma} < 0$

« d » orbitals

 Avec potentiel sphérique, trois intégrales de saut indépendantes ddσ, ddπ, ddδ

- Valeurs standard (-2,1,0) ou (-6,4,-1)
- Dépendance angulaire: Tables de Slater-Koster

Structure électronique des métaux de transition





- Bande d étroite avec 10 états sur quelques eV
- Bande sp large avec quelques états

15.0









Fig. 15-4. Energy bands for the transition elements, obtained by Froyen, using the approximations described in the text, from Harrison and Froyen (1980). Bands for fcc structures extend from Γ to X, indicated below the figure. For bcc structures they extend from Γ to H. For hcp structures they extend from Γ to H. For hcp structures they extend from Γ to A to Γ in a double Brillouin Zone.



W. Harrison

Elementary Electronic Structure

Walter A. Harrison Department of Applied Physics Stanford University

World Scientific Singapore • New Jersey • London • Hong Kor

Electronic Structure and the Properties of Solids THE PHYSICS OF THE CHEMICAL BOND

Walter A. Harrison

DOVER PUBLICATIONS, INC., New York

Semiconducteurs sp



- Analyse similaire avec orbitales s et p
- Orbitales hybrides spⁿ
- Le résultat est surprenant et dû à la nature antisymétrique des orbitales p et à la topologie des structures





C Diamond a=6.74 a.u.

Graphène







 On se place dans le cas sp2 + p_z, les deux familles d'états étant orthogonales et donnant lieu à des liaisons de type σ et π

- Les liaisons σ fortes et contribuent à la cohésion, au module d'élasticité. Elles produisent un gap d'environ 8 eV à peu près centré sur le niveau de Fermi.
- Les liaisons π sont moins fortes mais fournissent les états au voisinage du niveau de Fermi



Carbon: atom = $1s^22s^22p^2$; graphene = $1s^2(2s^22p^2)_{\sigma}2p_{\pi}$





 Pour les états s de la bande de valence également



hBN monofeuillet



Densités d'états, fonction de Green, ...

$$n(E) = \sum_{\alpha} \delta(E - \varepsilon_{\alpha})$$
$$= \sum_{\alpha} \langle \alpha | \, \delta(E - H) | \alpha \rangle = \operatorname{Tr} \delta(E - H)$$

$$n(r, E) = \langle r | \delta(E - H) | r \rangle$$
$$= \sum_{\alpha} |\langle \alpha | r \rangle|^2 \delta(E - \varepsilon_{\alpha})$$

$$n(E) = \int dr \, n(r, E)$$

$$n(r) = \int dE \, f(E) n(r, E)$$

$$\delta(E - \varepsilon_{\alpha}) = -\frac{\mathrm{Im}}{\pi} \frac{1}{z - \varepsilon_{\alpha}} \qquad ; \qquad z = E + io$$

$$\delta(E - H) = -\frac{\mathrm{Im}}{\pi} G(z) \qquad ; \qquad G(z) = \frac{1}{z - H}$$

Densité d'états totale

Densité d'états partielle

Résolvante ou fonction de Green

Moments

pth moment

Let $\mu_n^{(p)}$ be the *p*th moment of the local density of states n_n (let's forget about the orbitals for the sake of simplicity) :

$$\mu_n^{(p)} = \int E^p n_n(E) dE = \int E^p < n |\delta(E-H)| n > 0$$

It comes that :

$$\mu_n^{(p)} = < n |H^p| n > = \sum_{n_1, n_2, \dots, n_{p-1}} < n |H| n_1 > < n_1 |H| n_2 > \dots < n_{p-1} |H| n >$$



The width of the local density of states depends on the hopping integrals and on the square root of the number of neighbours. Les moments de la densité d'états se calculent en comptant le nombre de chemins fermés (bande s)

 $\mu_n = \int dE \, E^n n(E)$

Ceci est vrai pour toute structure (non périodique) !

$$u_2 = \sum_R \beta^2(R)$$

Etats d

$$\mu_2 = \sum_{n,\lambda} \langle n, \lambda | H^2 | n, \lambda \rangle = N(dd\sigma^2 + 2dd\pi^2 + 2dd\delta^2)$$

▶ Bande d: base $|n, \lambda \rangle$, $\lambda = 1, ..., 5$

 De façon générale, il faut calculer des traces de produits de matrice
Moments



- µ₀ donne le nombre total d'états
- µ₁/µ₀ donne le centre de gravité de la distribution
- μ₂/μ₀ donne la largeur
 moyenne
- ▶ µ₃/µ₀ reflète l'asymétrie

µ₄/µ₀ est sensible à l'importance des ailes

Densité d'états à partir des moments





Thomas Joannes Stieltjes

Born 29 December 1856(1856-12-29) Zwolle, Netherlands Died 31 December 1894 (aged 38) Toulouse, France Fields Mathematician

- Problème des moments (Stielges 1894)
- Fraction continue à n étages:
 « meilleure » approximation de G(z), connaissant ses 2n premiers moments (problème des moments)
- Algorithme de récursion très efficace
- Les coefficients sont reliés aux moments, mais ne ne sont pas des fonctionnelles linéaires de la densité d'états

Energie

$$\Delta U = U - U^{at} \simeq \Delta U^{band} + \frac{1}{2} \sum_{n \neq m} \int dr dr' \frac{Q_n(r)Q_m(r')}{|r - r'|}$$

$$E_{band} = \int dE f(E) \left(E - \varepsilon_0 \right) n(E)$$

- En principe l'énergie n'est pas la somme des énergies de bande
- En pratique dans l'approximation des liaisons fortes, on montre que c'est à peu près vrai à condition d'ajouter un terme répulsif interatomique. Qn est la charge de l'atome neutre en n
- Il faut ajouter des contributions d'échange et de corrélation
- En pratique ce terme répulsif sera ajusté de façon empirique

Modèle de second moment SMA

$$U = E_{rep} + E_{band}$$
$$E_b \sim \sqrt{\mu_2} g(E_F / \sqrt{\mu_2})$$
$$N_e \sim h(E_F / \sqrt{\mu_2})$$
$$E_b \sim \sqrt{\mu_2} f(N_e)$$





modèle de Friedel



$$E_b = -N_e(1-N_e)\sqrt{\mu_2}$$

- On ajoute un terme répulsif phénoménologique et on remplace n(E) par une courbe normalisée, centrée, de second moment fixé
- L'échelle d'énergie est fixée par la racine carrée de µ2.

- ► Loi en JZ!
- L'énergie de bande par liaison varie en 1/JZ et se renforce donc quand on coupe des liaisons
- Typique d'un solide avec spectre continu
- Simple, mais explique beaucoup de chose

Energie de cohésion

$$U = E_r + E_b = -\sqrt{\sum_R dd\beta^2(R)f(N_e)} + \sum_R \Phi_{rep}(R)$$

$$dd\beta(R) \sim e^{-qR}$$
 ; $\phi(R) \sim e^{-pR}$



- ► Dépendance en R?
- p/q de l'ordre de 3 à 5 pour les métaux de transition
- ► Moins pour sp





- Influences
 variées du terme
 attractif et du
 terme répulsif
- Constantes de cisaillement particulières

Lacune, relaxation de surface

$$U_{lac} \simeq \frac{1}{2} \frac{p - 2q}{p - q} |U/N|$$

Table 2.	Energies (eV)	Ni	Pd	Pt
Vacancy formation	IU/NI	4.4	3.9	5.9
energies; after	Uvac (theor.)	1.5	1.0	1.3
al (1989)	U _{vac} (exp.)	1.5 - 1.7		1.2 -1.5

- Et donc U_{lac} ≈ ¼ (U/N) au lieu de 1 pour un modèle de liaisons coupées
- Remarque: calculs ab initio difficiles !

*

Pair interactions

Second moment and experiment Fig.12. Relaxation of simple surfaces of transition metals.

Dépendance en Z

 $E_c \sim Z^{\frac{1}{2}\frac{p-2q}{p-q}}$

Argument de J.-P. Gaspard



- En tenant compte du terme répulsif
- Très sensible à la valeur de p/q
- Le cas p/q=2 est spécial et ... dangereux
- p/q est plus petit dans le cas des covalents et peut favoriser des faibles coordinences

Autres applications



G. Tréglia et al. Ecole Fréjus 2010



Ch. Mottet Ecole Istres 2015

- Propriétés de surface (reconstruction)
- Densité d'état locale, transferts de charge
- Autocohérence: pour les métaux modification des niveaux atomiques pour assurer la neutralité locale
- Hybridation sd (Ch Goyhenex et al.)
- Magnétisme
- Agrégats (Ch Mottet et al.)
- Alliages
- ► Etc.

Relaxation des structures

$$U = E_r + E_b = -\sqrt{\sum_R dd\beta^2(R)}f(N_e) + \sum_R \Phi_{rep}(R)$$

- Pour un système non homogène, on peut écrire une telle formule en chaque site
- Mais il y a le problème des transferts de charges et le problème de les traiter de façon autocohérente
- Une bonne règle dans les métaux est de « forcer » la neutralité locale
- Se généralise aux covalents (plusieurs niveaux atomiques) et aux alliages

Comment fait-on ?

Nickel



	Structure	Lattice parameter (Å)	Cohesive energy (eV/atom)	B (GPa)	C' (GPa)	C ₄₄ (GPa)	$\begin{array}{c} Surface \ energy \\ (mJ/m^2) \end{array}$
Ni	fcc	$a/\sqrt{2}=2.489$	-4.44	187.6	55.2	131.7	1840 (solid)
							2385 (liquid)
This work	fcc	$a/\sqrt{2}=2.489$	-4.44	182.1	68.8	96.9	1660 (100)
							1560 (111)

- Structure électronique ajustée (niveaux atomiques, intégrales de saut)
- + terme répulsif
- Ajustement sur volume atomique, cohésion, constantes élastiques, grandeurs pertinentes (lacune, surface, ...)
- Cas du nickel: bon accord avec 6 paramètres

Relaxation des structures

$$U = E_r + E_b = -\sqrt{\sum_R dd\beta^2(R)}f(N_e) + \sum_R \Phi_{rep}(R)$$

- Ne s'applique (en principe ...) que quand l'approximation des liaisons fortes est légitime
- Portée limitée en principe, mais modèle de Finnis-Sinclair ...
- Ne s'applique pas aux alliages et aux effets de structure fins: plus de moments sont nécessaires !
- L'EAM est une méthode complètement phénoménologique qui remplace le terme de second moment par un terme de même type (fonction n on linéaire en Z)? Voir Marinica Istres 2015.

$$E^{i} = E^{i}_{_{paire}} + F(\rho_{i})$$

Mendelev et al. (2003):

$$F(\rho_i) = -\sqrt{\rho_i} + a{\rho_i}^2$$

Au-delà du second moment



- Quand on tient compte de plus de moments (récursion) la densité d'états change mais pas tellement l'énergie de bande (intégrale)
- Second moment: précision de quelques 0.1 eV, à comparer à quelques eV pour l'énergie totale
- Meilleure précision nécessaire pour les variations d'énergie, entre structures par exemple

CFC-HCP



FIG. 2. Structural energy differences obtained from canonical d bands, by means of Eq. (4), as functions of the calculated canonical d occupation.

- En examinant les chemins on se rend compte que les quatre premiers moments µ₀ à µ₃ sont identiques.
- Ceci implique des changements de signe de la différence d'énergie en fonction du remplissage

et CFC-CC

8.0

10.0



Les tendances calculées ab initio sont bien reproduites à condition d'aller au moins au cinquième moment



Turchi, FD 1985

Constantes de cisaillement



FIG. 4.5 – Effet du nombre de coefficients de fraction continue calculé exactement sur la reconstruction de C' dans une structure CFC en fonction du remplissage en électrons d. [93], [100]





La méthode BOP: Bond Orbital Potential

PHYSICAL REVIEW B 72, 144105 (2005)

Analytic bond-order potential for predicting structural trends across the *sp*-valent elements

Ralf Drautz,¹ Dewey A. Murdick,² Duc Nguyen-Manh,³ Xiaowang Zhou,² Haydn N. G. Wadley,² and David G. Pettifor¹ ¹Department of Materials, The University of Oxford, Parks Road, OX1 3PH, Oxford, UK ²School of Engineering and Applied Science, University of Virgina, Charlottesville, VA 22904, USA ³UKAEA Fusion, Culham Science Centre, Abingdon, OX14 3DB, UK (Received 6 May 2005; published 17 October 2005)

Analytic bond-order potentials for modelling the growth of semiconductor thin films

R. Drautz^{a,*}, X.W. Zhou^b, D.A. Murdick^b, B. Gillespie^b, H.N.G. Wadley^b, D.G. Pettifor^a

^a Department of Materials, University of Oxford, Oxford OX1 3PH, UK ^b Department of Materials Science and Engineering, School of Engineering and Applied Science, University of Virginia, Charlottesville, VA 22904-4745, USA

PHYSICAL REVIEW B 78, 214108 (2008)

G

Binding-energy relations and equations of state for the 4d and 5d transition metals

T. Qin,^{1,*} R. Drautz,^{1,2} and D. G. Pettifor¹ ¹Department of Materials, University of Oxford, Parks Road, Oxford OX1 3PH, United Kingdom ²ICAMS, Ruhr-Universität Bochum, 44780 Bochum, Germany (Received 21 August 2008; published 22 December 2008)

PHYSICAL REVIEW B 83, 224116 (2011)

G

Theory of structural trends within 4d and 5d transition metal topologically close-packed phases

B. Seiser,¹ T. Hammerschmidt,² A. N. Kolmogorov,¹ R. Drautz,² and D. G. Pettifor¹ ¹Department of Materials, University of Oxford, Parks Road, Oxford OX1 3PH, United Kingdom ²Interdisciplinary Centre for Advanced Materials Simulation (ICAMS), Ruhr-Universität Bochum, Stiepeler Strasse 129, D-44801 Bochum, Germany

- Re-écriture systématique de la méthode TB + moments + récursion
- Développement explicite de l'énergie de bande en fonction du nombre de moments pris en compte

► Forces



David Pettifor 1945-2017 Modelling Simul. Mater. Sci. Eng. 23 (2015) 074004 (36pp)

doi:10.1088/0965-0393/23/7/074004

Bond-order potentials: derivation and parameterization for refractory elements

Ralf Drautz¹, Thomas Hammerschmidt¹, Miroslav Čák¹ and D G Pettifor²

¹ ICAMS, Ruhr-Universität Bochum, 44780 Bochum, Germany

² Department of Materials, University of Oxford, Parks Road, Oxford, OX1 3PH, UK

A new method for development of bond-order potentials for transition bcc metals

Yi-Shen Lin¹, M Mrovec² and V Vitek¹

 ¹ Department of Materials Science and Engineering, University of Pennsylvania, Philadelphia, PA 19104, USA
 ² Fraunhofer Institute for Mechanics of Materials IWM, Wöhlerstrasse 11, 79108 Freiburg, Germany

PHYSICAL REVIEW B 87, 094105 (2013)

Analytic bond-order potential expansion of recursion-based methods

Bernhard Seiser,¹ D. G. Pettifor,² and Ralf Drautz¹ ¹ICAMS, Ruhr-Universität Bochum, 44780 Bochum, Germany ²Department of Materials, University of Oxford, Parks Road, Oxford OX1 3PH, United Kingdom (Received 10 December 2012; published 8 March 2013)

PHYSICAL REVIEW B 83, 224116 (2011)

G

Theory of structural trends within 4d and 5d transition metal topologically close-packed phases

B. Seiser,¹ T. Hammerschmidt,² A. N. Kolmogorov,¹ R. Drautz,² and D. G. Pettifor¹ ¹Department of Materials, University of Oxford, Parks Road, Oxford OX1 3PH, United Kingdom ²Interdisciplinary Centre for Advanced Materials Simulation (ICAMS), Ruhr-Universität Bochum, Stiepeler Strasse 129, D-44801 Bochum, Germany

{110} planar faults in strained bcc metals: Origins and implications of a commonly observed artifact of classical potentials

Johannes J. Möller,^{1,2,*} Matous Mrovec,³ Ivan Bleskov,⁴ Jörg Neugebauer,⁴ Thomas Hammerschmidt,³ Ralf Drautz,³ Christian Elsässer,^{2,5} Tilmann Hickel,⁴ and Erik Bitzek¹



BOPfox program for tight-binding and analytic bond-order potential calculations

T. Hammerschmidt^{a,b,*}, B. Seiser^{a,b}, M.E. Ford^{a,b}, A.N. Ladines^a, S. Schreiber^a, N. Wang^a, J. Jenke^a, Y. Lysogorskiy^a, C. Teijeiro^c, M. Mrovec^a, M. Cak^a, E.R. Margine^{b,d}, D.G. Pettifor^b, R. Drautz^{a,b}

- ^a Atomistic Modelling and Simulation, ICAMS, Ruhr-Universität Bochum, D-44801 Bochum, Germany
- ^b Department of Materials, University of Oxford, Parks Road, Oxford OX1 3PH, United Kingdom
- ^c High-Performance Computing in Materials Science, ICAMS, Ruhr-Universität Bochum, D-44801 Bochum, Germany
- ^d Department of Physics, Applied Physics and Astronomy, Binghamton University, State University of New York, Vestal, NY 13850, USA

www.bopfox.de



Exemples: Carbone

$$E_{rep}^i = F(\sum_{j \neq i} \phi(r_{ij}))$$

where F(x) is a polynomial function :

$$F(x) = C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3 + C_4 x^4 + C_5 x^5$$

and $\phi(r_{ij})$ is a repulsive pairwise potential

 $\phi(r) = \phi_0 (d_0/r)^m \exp\{m[-(r/d_c)^{m_c} + (d_0/d_c)^{m_c}]\}$



BOP dédiés au carbone :

- Pas trop de problèmes pour la partie attractive (bande)
- Problèmes pour la partie répulsive
- Beaucoup de potentiels plus ou moins empiriques
- ► BOP différent ici du précédent
- Voir Magnin, Istres 2015

Potentiel	Année	Nature	Portée	Références
Stillinger-Weber	1985	Empirique	courte	F.H. Stillinger and T.A. Weber, Phys. Rev. B 31, 5262 (1985)
Tersoff	1989	BOP	courte	J. Tersoff, Phys. Rev. B 37, 6991 (1988)
Brenner	1990	BOP	courte	D.W. Brenner, Phys. Rev. B 42, 9458 (1990)
REBO	2002	BOP	courte	D.W. Brenner et al, J. Phys. Cond. Matt 14, 783 (2002)
Tersoff-LB	2010	BOP	courte	L. Lindsay, D.A. Broido, Phys. Rev. B 81, 205441 (2010)
REBO-LB	2010	BOP	courte	L. Lindsay, D.A. Broido, Phys. Rev. B 81, 205441 (2010)
LBOP	2002	BOP	medium	J.H. Los, A. Fasolino, Comp. Phys. Comm. 147, 178 (2002)
LCBOP	2003	BOP	medium	J.H. Los et al, Phys. Rev. B 68, 024107 (2003)
GEEBOD	1999	BOP	longue	J. Che et al, Theor. Chem. Acc. 102, 346 (1999)
AIREBO	2000	BOP	longue	S.J. Stuart et al, J. Chem. Phys. 112, 6472 (2002)

Fer



Fe EAM potentials: screw dislocation



	S	AIA	V	AC	Surf	aces	Pho	nons	Scre	ew d
	1,2	N>2	1,2	N>2					Р	Gp
Fe-Mendelev 2003	+/-	+/-	+/-	+/-	+	+/-	+	-	-	+
Fe-Marinica 2007	+	+	+	+	+	+	+	+	-	-
Fe-Ackland-Mendelev 2004	+/-	+/-	+/-	+/-	+	+/-	+	+	-	-
Fe-Proville 2012	-	-	+	+	+	+/-	+/-	+/-	+	+

MIHAI-COSMIN MARINICA, SRMP, CEA | 2015, | PAGE 35

{110} planar faults in strained bcc metals: Origins and implications of a commonly observed artifact of classical potentials

Johannes J. Möller,^{1,2,*} Matous Mrovec,³ Ivan Bleskov,⁴ Jörg Neugebauer,⁴ Thomas Hammerschmidt,³ Ralf Drautz,³ Christian Elsässer,^{2,5} Tilmann Hickel,⁴ and Erik Bitzek¹



TABLE I. Summary of contributions for modeling atomic interactions explicitly included (\bullet) or not taken into account (\bigcirc) in the different material models.

Model	Radial	Directional	Bond order	Magnetism	Electronic
	distance	bonding			structure
EAM/FS	•	0	0	0	0
MEAM	•	•	0	0	0
ADP	•	•	0	0	0
Tersoff	•	•	•	0	0
BOP	•	•	•	•	● ^a
DFT	•	•	•	•	•



FIG. 5. Strain-dependent γ lines of various EAM potentials for the bcc metals V, Nb, Ta, Cr, Mo, and W. The GSFE data are plotted for 0% (solid lines), 5% (dashed), and 7.5% (dotted) applied equi-biaxial strain parallel to both the (110) plane normal and the [110] shearing direction. The shift in [110] direction is normalized, i.e., divided by the corresponding periodicity distance $\sqrt{2}a_0$. Relaxed stacking fault energies for Nb, Ta, Mo, and W were additionally calculated using DFT.

Entre la DFT et le potentiel Lennard-Jones plein de méthodes intermédiaires à choisir après s'être donné un cahier de charges précis: précision désirée, ressources de calcul, quantités recherchées, transférabilité, ...

On peut deviner que les méthodes complètement empiriques vont être remplacées par des techniques d'IA (apprentissage automatique)

Alliages

Alliages: les paramètres



 δ_d /W >> δ_{nd} /W ... dans la plupart des cas ?

On étend le modèle liaisons fortes en supposant dans un premier temps que les paramètres ne dépendent pas de l'environnement

- Si le contraste est faible (alliage binaire) modèle de bandes rigides (cristal moyen)
- Sinon, bandes séparées

Fort désordre



- Superposition des densités d'états; c=1/2
- Théorème sur la « localisation » en énergie des états !
- Alliages désordonné
- Alliages ordonné
- ► c ≠ 1/2

Densités d'états partielles



- La densité d'états locale minoritaire est d'autant plus faible que le désordre diagonal δ/W est fort
- Ceci a tendance à réduire δ car εⁱ est décalé de U Qⁱ où Qⁱ est le transfert de charge. Reste vrai dans la limite U infini, Qⁱ nul !
- δ doit donc être considéré comme un paramètre

SMA pour alliages



 $\sim^{\text{mixing}} \Delta G_{\text{SMA}}$

0.6

С

0.8

1

∆X^{mixing}

-40

- 60

0

0.2

0.4

- En utilisant des densités d'états « centrées », on peut utiliser le modèle de second moment (y compris avec termes répulsifs).
- Le terme principal provient de l'élargissement de la bande qui donne une contribution négative pour des remplissages de bande d intermédiaires.
- Modèle plus empiriques pour les alliages de métaux nobles à faible δ/W et désordre non-diagonal, mais qui permet de discuter des effets de taille

Au delà du second moment

$$E_{coh}\left(\left\{p_n^i\right\}\right) = \overline{E}(c) + \frac{1}{2}\sum_{n,m,i,j} p_n^i p_m^j V_{nm}^{ij}$$



- On décompose l'énergie en énergie du système désordonné et énergie d'ordre
- Au plus bas ordre en perturbation, interactions de paire effectives: modèle d'Ising effectif
- Analyse de moments: avec désordre diagonal, il faut aller au moins au quatrième moment
- Extension au cas du désordre non-diagonal

Cartes structurales

Table 1

Transition metal alloys for which an L1₂ OS has been experimentally observed at low temperatures [13]. The alloys which are also magnetically ordered (MO) at low temperatures [132.134], have large values of \overline{N}_d and are outside the predicted range for the stability of the L1₂ structure (see fig. 1) whereas those which are non-magnetically ordered (NMO) are correctly predicted to be chemically ordered according to an L1₂ OS (F and AF indicate ferromagnetic and antiferromagnetic order respectively [133]). \overline{N}_d is the average "d" band filling: $\overline{N} - \overline{N}_d + 1$

NMO			MO					
AB ₃	$N_{\rm d}$	ΔN	AB ₃			\overline{N}_{d}	ΔN	
ScRh	6.5	-6	CrIr	F	[137]	7.25	- 3	
ScPd	6.5	-6	CrPt	F	[138]	8	-4	
ScPt	6.5	-6	MnNi	F	[139]	8.25	- 3	
YPd	6.5	-6	MnPt	F	[140]	8.25	- 3	
YPt	6.5	-6	FeNi	F	(141)	8.5	-2	
LaPd	6.5	-6	FePd	F	[142]	8.5	-2	
LaPt	6.5	-6	FePt	AF	[140]	8.5	-2	
TiCo	6.75	-5	CoPt	F	[143]	8.75	1	
TiRh	6.75	-5						
Tilr	6.75	-5	RhMn	AF	[144]	6.5	+2	
ZrRh	6.75	5	IrMn	AF	(145)	6.5	+2	
ZrIr	6.75	-5	PtMn	AF	[140]	6.75	+3	
HfRh	6.75	-5	PtFe	F	[140]	7.5	+2	
Hffr .	6.75	-5	PiCo	F	[143]	8.25	+1	
VRh	7	-4	PtNi	F	[146]	9	0	
VIr	7	-4						
NbRh	7	-4						
Nblr	7	-4						
TaRh	7	-4						
Talr	7	-4						
TiPt	7.5	-6						



- On classe bien les structures observées en utilisant comme paramètres, N, ΔN et c
- Ici c est fixé pour une structure cristalline de base donnée : CFC

Three-Parameter Crystal-Structure Prediction for *sp-d*-Valent Compounds

Arthur F. Bialon, Thomas Hammerschmidt,* and Ralf Drautz



Cartes structurales pour alliages ternaires ...

Figure 3. Three-dimensional structure map for 64 prototypical crystal structures in the *sp-d*-valent systems. The data set is highlighted with small spheres, the crystal structure domains as polyhedra. Side panel shows rotation along Θ_{χ} with $\Phi = 90^{\circ}$, 180° , 270° .

MIX Ab initio-méthodes empiriques

- On postule un développement de l'énergie en interactions de paires, triplets, multiplets, ..., Cluster Expansion
- On calcule ensuite l'énergie par des méthodes ab initio pour un certain nombre de structures ordonnées définies, par exemple L12, L10 sur un réseau cfc.
- En retour on obtient les interactions par inversion d'un sytème linéaire
- on recalcule avec le développement, des énergies de structures non incluses dans le jeu initial; on compare avec un calcul ab initio
- Si çà ne marche pas, on modifie la base d'interactions et on recommence
- On peut aussi engendrer des états désordonnés
- POUR: quelques valeurs ab initio; utilisation de méthodes IA: données, analyse
- CONTRE: instabilité des bases; pas toujours justifié; pas de « physique » pour la hiérachie des interactions

Vers les alliages complexes, à haute entropie, ... ?

Ab initio phase stabilities and mechanical properties of multicomponent alloys: A comprehensive review for high entropy alloys and compositionally complex alloys

Yuji Ikeda^{a,b,*}, Blazej Grabowski^a, Fritz Körmann^{a,c}

JPhys Materials

TOPICAL REVIEW

From DFT to machine learning: recent approaches to materials science–a review

Gabriel R Schleder^{1,2,3}, Antonio C M Padilha², Carlos Mera Acosta^{1,2}, Marcio Costa² and Adalberto Fazzio^{1,2,3}

Quelques livres

F. Seitz Ch. Kittel	The Modern Theory of Solids Physique de l'état solide	MC Graw Hill Dunod
N. W. Ashcroft et N. D. Mermin	Physique des solides	EDP
A. P. Sutton	Electronic Structure of Materials	Oxford
D. G. Pettifor	Bonding and Structure of Molecule and Solids	Oxford
J. K. Burdett	Chemical Bonding in Solids	Oxford
JL. Rivail	Eléments de chimie guantigue	EDP
W. A. Harrison	Electronic Structure and the Properties of Solids	Dover
S. Elliott	The Physics and Chemistry of Solids	Wiley
M. Gerl et JP. Issi	Physique des matériaux	PUPR
M. Lannoo et P. Friedel MC. Desjonquères et D. Spanjaard	Atomic and Electronic Structure of Surfaces Concepts in Surface Physics	Springer Springer
(beaucoup de choses sur	les liaisons fortes et les covalents, y compris dans le volume)	

Et aussi, pour la structure électronique,

R. M. Martin	Electronic Strucure: Basic Theory and Practical Methods	Cambridge
R. M. Martin, L. Reining, D. M. Ceperley	Interacting Electrons: Theory and Coùputational Approaches	Cambridge